

Prénom :  
NOM :

**Devoir de mathématiques**  
**- Suites numériques -**

Date :

*Documents interdits et calculatrice autorisée.*

*Les suites numériques étudiées dans la suite sont définies, dès que cela est possible, sur l'ensemble des entiers naturels  $\mathbb{N} = \{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; \dots\}$ .*

**Exercice 1 :** ( 5 points )

Complétez dès que cela est possible les cases du tableau suivant. Pour la nature et les variations de la suite, justifiez rapidement vos réponses sur votre copie.

On définit les suites  $(u_n)$ ,  $(v_n)$ ,  $(w_n)$ ,  $(x_n)$ ,  $(y_n)$  par :

$$u_n = 5n - 3 \quad v_n = 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n \quad \begin{cases} w_2 = -7 \\ \text{si } n \geq 2 ; w_{n+1} = w_n + \frac{3}{2} \end{cases} \quad x_n = \frac{1}{n} \quad \begin{cases} y_0 = 1 \\ \text{si } n \geq 0 ; y_{n+1} = 3 \times y_n \end{cases}$$

Suites	$n=0$	$n=1$	1 <sup>er</sup> terme	Nature de la suite*	Variations
$(u_n)$					
$(v_n)$					
$(w_n)$					
$(x_n)$					
$(y_n)$					

\*Nature de la suite signifie arithmétique ou géométrique ou autre nature.

**Exercice 2 :** ( 4 points )

1) Soit  $u$  une suite arithmétique de premier terme  $u_0 = 1000$  et de raison  $r = 2$ .

Exprimez le terme général de la suite  $u$ .

2) Soit  $v$  une suite arithmétique de premier terme  $v_0 = 3000$  et de raison  $r = -5$ .

Exprimez le terme général de la suite  $v$ .

3) Calculez  $u_{801}$  ;  $u_{401}$  ;  $v_{159}$  ;  $v_{223}$

**(Bonus + 1)** Culture générale : Qui est né le  $u_{801}$   $u_{401}$  et est décédé le  $v_{159}$   $v_{223}$  ?

(Ici, les dates sont écrites au format JJMM AAAA.)

4) Soit  $w$  une suite géométrique de premier terme  $w_1 = 1$  et de raison  $q = 2$ .

Exprimez le terme général de la suite  $w$ .

Déterminez le plus petit entier  $n$  tel que :  $w_n \geq 2014$ .

**Exercice 3 :** ( 4 points )

Déterminez les variations des suites ci-dessous en justifiant vos réponses par des calculs.

1) la suite  $u$  définie pour tout entier naturel  $n$  par :  $u_n = -n^3$ .

2) la suite  $v$  définie pour tout entier naturel  $n$  par :  $v_n = -3(n+2)^2 + 6$ .

**Exercice 4 :** ( 7 points ) Intérêts simples, intérêts composés.

Angélique a besoin d'économiser au moins 1 250 € pour acheter un scooter. Elle ne dispose pour l'instant que de 1 000 € qu'elle décide de placer sur un compte épargne.

Sa banque lui propose deux formules : Formule A : à intérêts simples au taux mensuel de 1 %.

Formule B : à intérêts composés au taux mensuel de 0,8 %.

1) Angélique choisit la formule A :

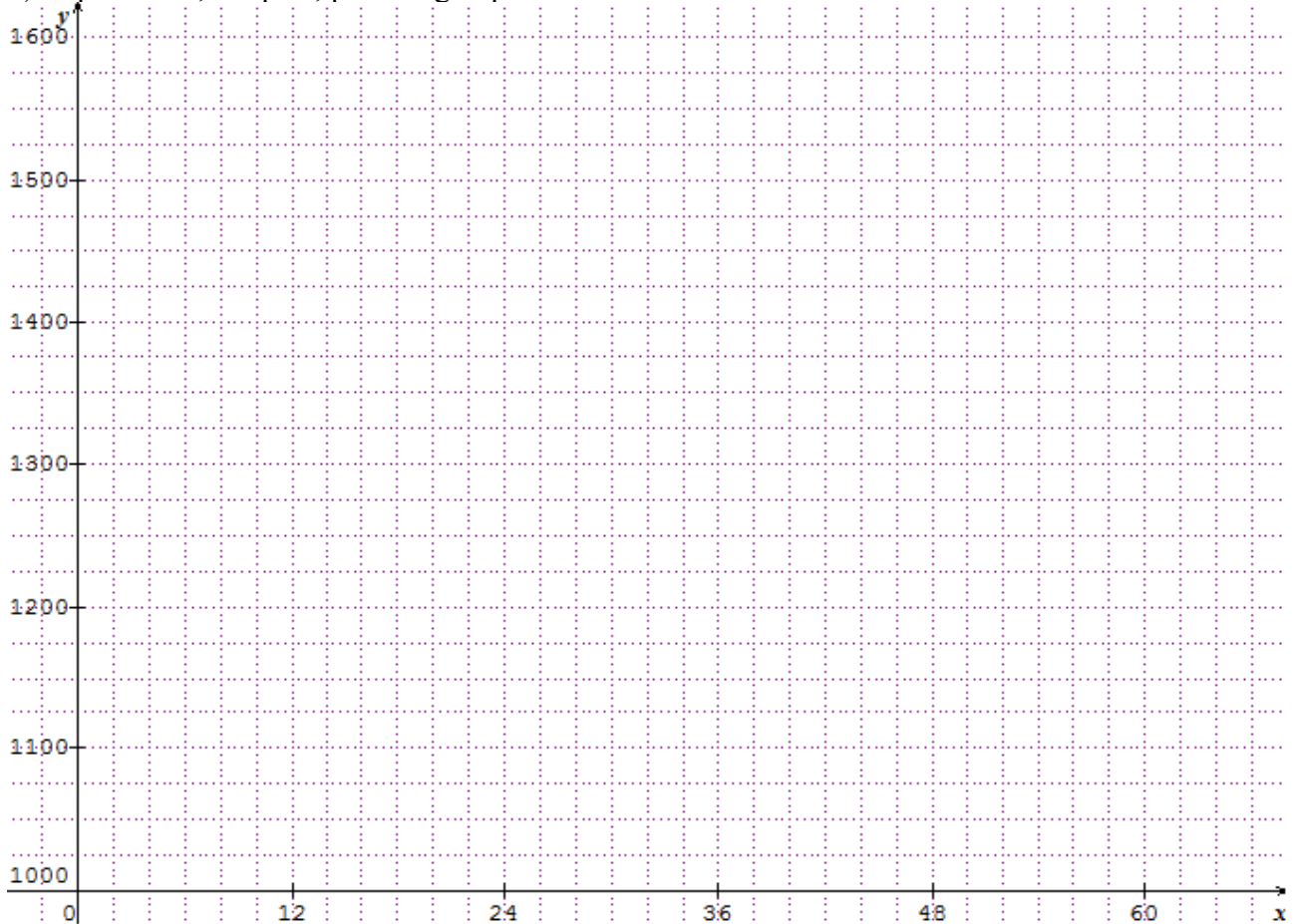
a) Calculer le capital épargné par Angélique au bout d'un mois de placement ? Au bout de deux mois ? Au bout de trois mois ?

b) Combien de mois Angélique doit-elle épargner pour pouvoir acheter le scooter ?

2) Mêmes questions dans le cas où Angélique choisit la formule B.

3) Quelle formule est la plus avantageuse pour Angélique ?

4) Représentez, ci-après, pour Angélique l'évolution des formules en fonction du nombre de mois.



**Exercice Bonus :** ( 2 points)

Soit la suite définie par  $u_0=0$  et  $u_{n+1}=2\sqrt{u_n^2+3}$ .

Déterminez les 4 premiers termes de u. La suite est-elle arithmétique ou géométrique ?

2) On considère la suite v définie par  $v_n=u_n^2+4$ .

a) Déterminez les quatre premiers termes de v. Quelle semble être la nature de la suite ?

b) Montrez que pour tout entier :  $v_{n+1}=4v_n$ .

c) Déduisez-en la nature de v et son terme  $v_n$  en fonction de n.

d) Exprimez alors  $u_n$  en fonction de n.

e) Calculez  $u_{20}$ .