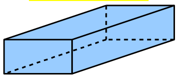
Perspective cavalière

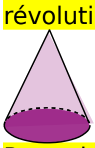
1 *Reconnaître un solide*

Nomme chaque solide représenté ci-dessous.

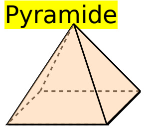
a. Pavé droit



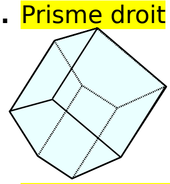
b. Cône de révolution



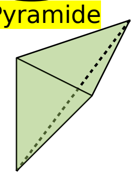
c. Pyramide



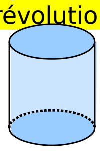
d. Prisme droit



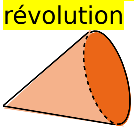
e. Pyramide



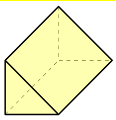
f. Cylindre de révolution



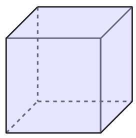
g. Cône de révolution



h. Prisme droit

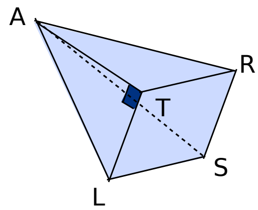


i. cube

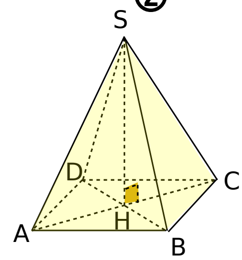


2 *Pyramides en vrac !*

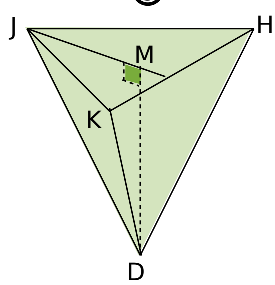
①

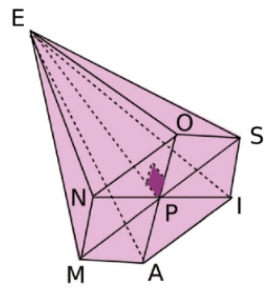


②



③



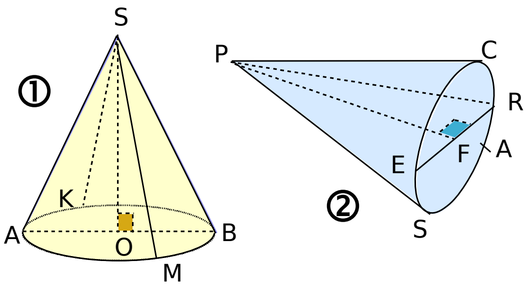


④

Recopie et complète le tableau ci-dessous :

	①	②	③	④
Sommet	A	S	D	E
Nature de la base	quadrilatère	quadrilatère	triangle	hexagone
Nom de la base	LTRS	ABCD	HJK	MAISON
Hauteur	AT	SH	DM	PE
Nombre d'arêtes	8	8	6	12
Nombre de faces	5	5	4	7

3 *Cônes de révolution en vrac !*



a. Pour chaque cône de révolution, nomme :
• son sommet ;
Pour le ① : S
Pour le ② : P
• le centre et des diamètres de sa base ;
Pour le ① : centre O et diamètre [AB]
Pour le ② : centre F et diamètre [ER]
• sa hauteur ;
Pour le ① : [SO]
Pour le ② : [PF]
• tous les segments représentant des génératrices.
Pour le ① : [SA] [SB] [SM] [SK]
Pour le ② : [PC][PR][PA][PS][PE]

b. Quelle est la nature de SKO et KSM dans le dessin ① ?

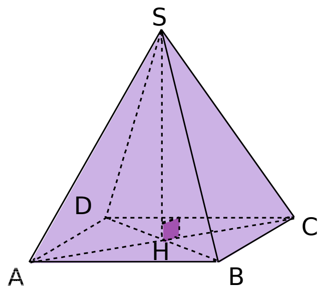
SKO est rectangle en O et KSM est isocèle en S.

Et celle de PAF dans le dessin ② ?

PAF est rectangle en F.

4 *Pyramide régulière à base carrée*

SABCD est une pyramide régulière à base carrée telle que SA = 7,3 cm et AB = 5 cm.



a. Nomme le sommet et la base de cette pyramide. Sommet : S Base : ABCD

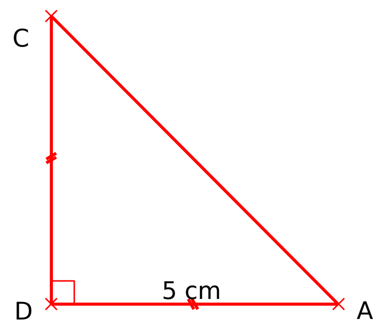
b. Que représente le segment [SH] pour la pyramide ? Justifie. Sa hauteur, (passe par le sommet et perpendiculaire au plan de base)

c. Indique en centimètres, la longueur de chacune des arêtes de cette pyramide. Justifie.

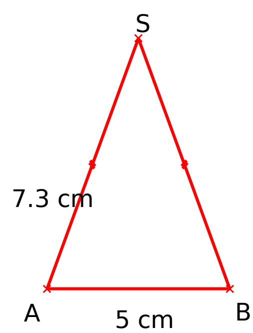
AB=BC=CD=DA=5 cm (carré)

SA=SB=SC=SD =7,3 cm (pyramide régulière)

d. Quelle est la nature du triangle ADC ? Justifie. Construis-le en vraie grandeur. Isocèle rectangle en D.



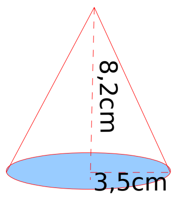
e. Quelle est la nature du triangle SAB ? Justifie. Construis-le en vraie grandeur. Isocèle en S car la pyramide est régulière.



5 *Perspective cavalière et cône*

Un cône de révolution de hauteur 8,2 cm a pour base un disque de rayon 3,5 cm.

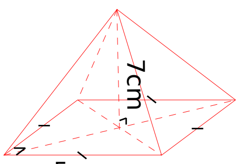
À main levée, dessine une représentation de ce cône de révolution en perspective cavalière puis code ton dessin.



6 *Perspective cavalière et pyramide*

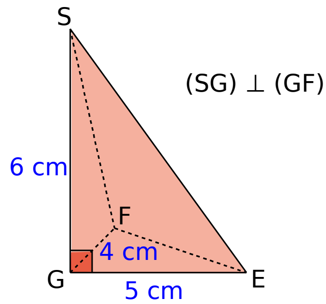
Une pyramide régulière de hauteur 7 cm a pour base un carré de côté 5 cm.

a. À main levée, dessine une représentation de cette pyramide en perspective cavalière puis code ton dessin.



b. Construis à la règle, une représentation en perspective cavalière de cette pyramide.

7 *Pyramide à base triangulaire*

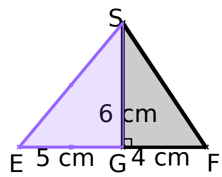


a. Donne le nom de cette pyramide. EFGS

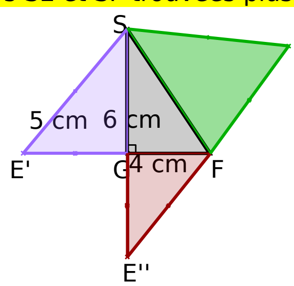
b. Quelle est la hauteur de cette pyramide ? [SG]

c. Quelle est la nature de la face SGF ? Triangle rectangle en G

d. Construis, en vraie grandeur, les faces SGF et SGE.

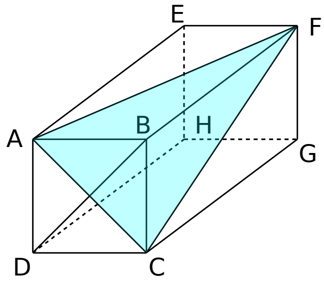


e. Déduis-en la construction, en vraie grandeur, de la face SFE. On trace [EF] puis on reporte les longueurs SE et SF trouvées plus haut.



8 *Pyramide dans un pavé droit*

ABCDEFGH est un pavé droit. Sa base est le carré ABCD tel que AB = 5 cm et AE = 8,5 cm.

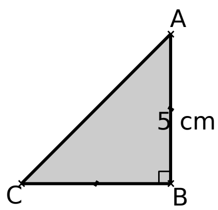


a. Donne la nature du triangle FBA. Justifie.
FBA est rectangle en B car ABCDEFGH est un pavé droit.

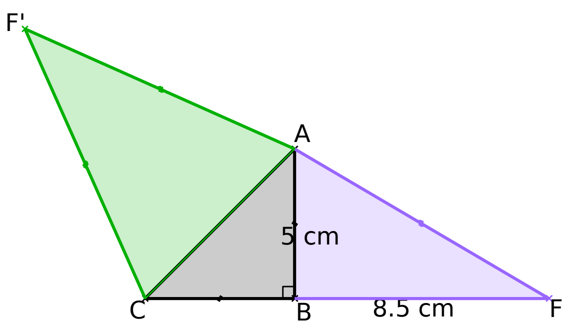
b. Précise la hauteur de la pyramide FABC si l'on prend pour base : ABC [FB] , BFC [AB] ou ABF [BC].

c. Quelle est la nature du triangle FAC ? Justifie.
FAC est isocèle en F (car les faces rectangulaires sont identiques)

d. Construis, en vraie grandeur, la base de la pyramide FABC de sommet F.

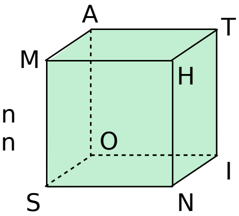


e. Construis, en vraie grandeur, la face ABF puis la face FAC.

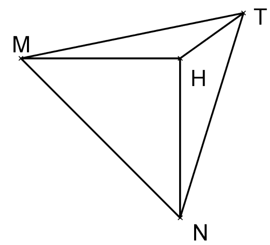


9 *Solides dans un cube*

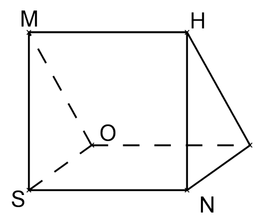
MATHSOIN est un cube de côté 6 cm. Pour chaque solide, donne sa nature puis construis-en une représentation en perspective cavalière.



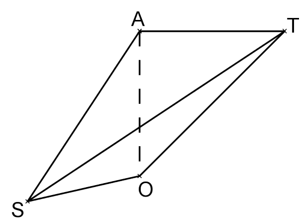
a. NMHT
pyramide régulière à base triangulaire



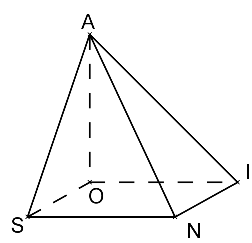
b. SOMNIH
prisme à base triangulaire



c. ATOS
pyramide à base triangulaire



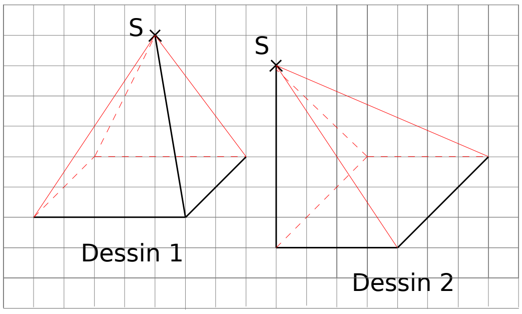
d. ASNIO
pyramide à base carrée



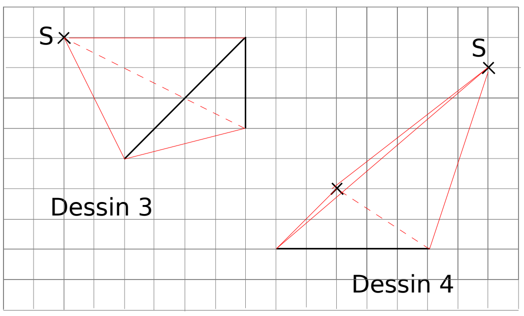
10 *Constructions en perspective cavalière 1*

Complète les dessins suivants pour obtenir des représentations en perspective cavalière d'une pyramide de sommet S :

a. de base rectangulaire.

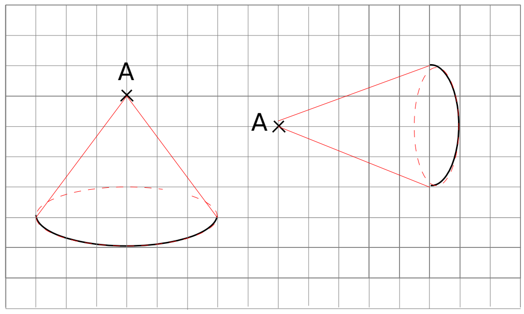


b. de base triangulaire.



11 *Constructions en perspective cavalière 2*

Complète les dessins suivants pour obtenir des représentations en perspective cavalière d'un cône de révolution de sommet A.

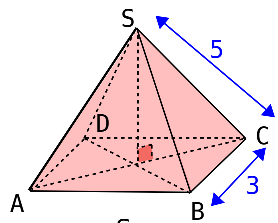


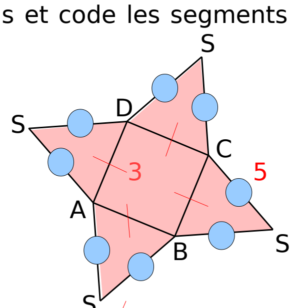
Patrons

12 *Coder un dessin*

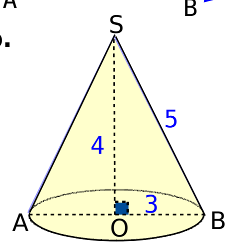
On a dessiné un solide en perspective cavalière puis son patron. Reproduis, à main levée, le patron. Indique dessus, les points et les longueurs que tu connais et code les segments de même longueur :

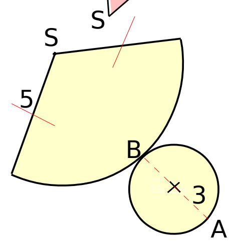
a. ABCD est un carré.





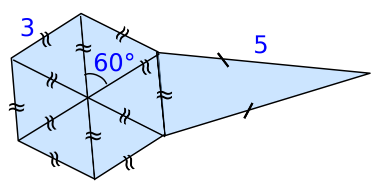
b.





13 *Pyramide à base hexagonale*

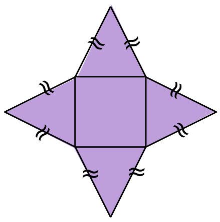
Reproduis en vraie grandeur le dessin et complète-le pour qu'il représente le patron d'une pyramide régulière à base hexagonale.

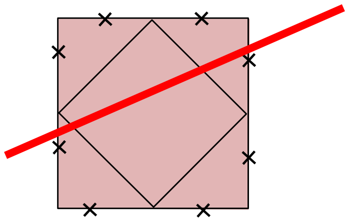


14 *Pyramides à base carrée ?*

Quels sont les patrons d'une pyramide à base carrée ?

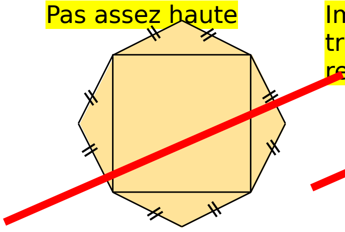
Pyramide « plate »

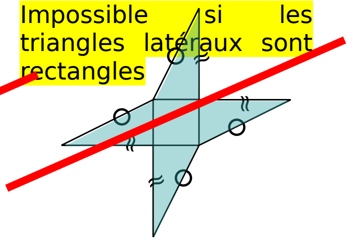




Pas assez haute

Impossible si les triangles latéraux sont rectangles

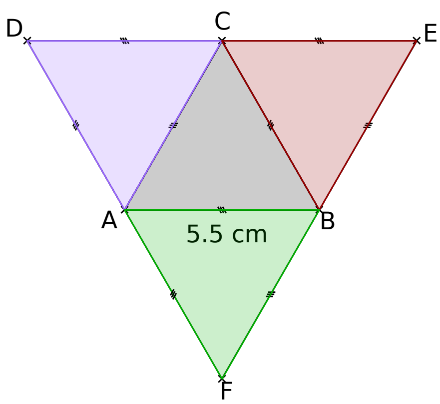




15 *Tétraèdre régulier*

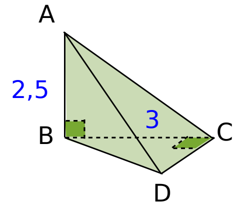
Un tétraèdre régulier est une pyramide dont toutes ses faces sont des triangles équilatéraux.

Trace le patron d'un tétraèdre régulier d'arête 5,5 cm.

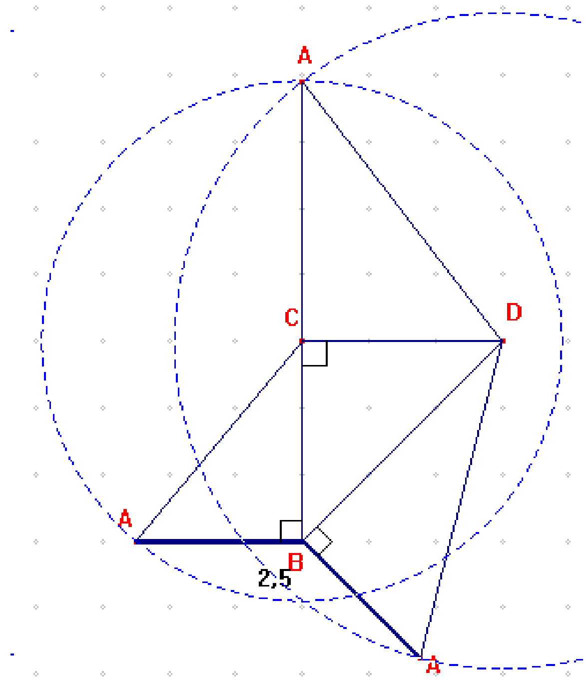


16 *Pyramide à base triangulaire*

ABCD est une pyramide dont la base est un triangle rectangle isocèle en C telle que AB = 2,5 cm et BC = 3 cm.



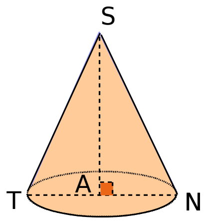
Trace le patron de cette pyramide.



17 *Patron d'un cône de révolution*

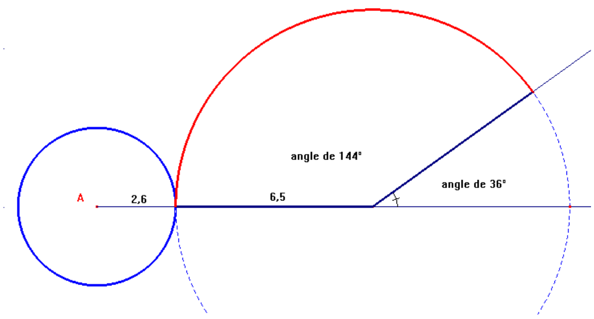
Pour calculer la mesure de l'angle du développement d'un cône, on utilise la formule : $\hat{a} = \dfrac{360° \times R}{g}$ où R est le rayon du disque de base et g la longueur de la génératrice du cône.

a. Calcule la mesure de l'angle du développement du cône représenté ci-contre où SN = 6,5 cm et AN = 2,6 cm.



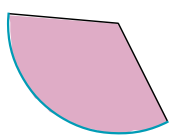
a= 360 × 2,6 /6,5 = 144°

b. Trace le patron de ce cône.



18 *Rayon de la base*

La longueur de l'arc bleu du développement d'un cône de révolution est de 28,4 cm. Donne la valeur arrondie au millimètre du rayon de sa base.



2πr = 28,4
donc r = 28,4/2π ≈ 4,5 cm

Calculs de volumes

19 *Conversions*

Complète :

a. 5,4 m = 540 cm

b. 3 263 m = 3,263 km

c. 14,7 m² =147 000 cm²

d. 254 320 m² =25,432 hm²

e. 5,68 L = 5 680 mL

f. 230 000 cm³ = 0,23 m³

g. 504,2 cL = 5,042 L

h. 6,3 dm³ = 0,0063 m³

i. 5 362 dm³ = 5 362 000 cm³

j. 0,07 m³ = 70 dm³

k. 2 500 cm³ = 2,5 L

l. 9,1 cL = 91 cm³

20 *Volumes de pyramides*

a. Calcule le volume d'une pyramide SABCD, de hauteur 6,3 cm et de base rectangulaire ABCD telle que AB = 4,2 cm et BC = 3,5 cm. Donne le résultat en cm³ puis en mm³.

V = 4,2 × 3,5 × 6,3 : 3 = 30,87 cm³
V = 30 870 mm³

b. Calcule le volume d'une pyramide MATH de base ATH et de hauteur MA, rectangle isocèle en A et telle que AT = 3 cm et MA = 4 cm.

V =(3 × 3 : 2) × 4 : 3 = 6 cm³ = 6 000 mm³

21 *Volume d'un cône de révolution 1*

Calcule le volume d'un cône de révolution, de hauteur 1,5 dm et dont le rayon de la base est 8 cm. Donne la valeur arrondie au cm³.

V =π × 8² × 15 : 3 = 320 π cm³ ≈ 1 005 cm³

22 *Volume d'un cône de révolution 2*

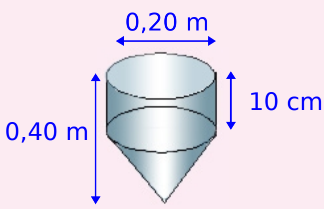
Ben s'est assis sur un siège dont la partie principale est en forme de cône. Le diamètre de la base est de 4 dm et la hauteur de 50 cm.

Calcule le volume de cette partie du siège. Donne la valeur exacte en fonction de π puis la valeur arrondie au dixième de dm^3.

$V = \pi \times 2^2 \times 5 : 3 = 20\pi/3\ dm^3$
$V \approx 20{,}9\ dm^3$

23 *En lien avec les S.V.T.*

Un pluviomètre est constitué d'une partie cylindrique surmontant une partie conique.



Calcule le volume d'eau qu'il peut recueillir. Donne la valeur arrondie au dL.

$V = V$ cylindre + V cône (en dm^3)
$= \pi \times 1^2 \times 1 + \pi \times 1^2 \times 3 : 3$
$= \pi + \pi = 2\pi\ dm^3$
$V \approx 6{,}28\ dm^3$ soit 63 dL (arrondi au dL)

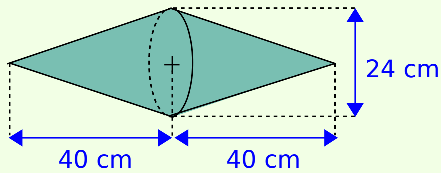
24 *Pyramide de Khéops*

Pour construire la pyramide de Khéops, les égyptiens ont utilisé un volume d'environ 2 643 000 m^3 de pierres. La hauteur de la pyramide est de 146 m. Calculer le côté du carré constituant la base de la pyramide. Arrondis ton résultat au mètre.

V cône $= h \times c^2/3$ donc
$c^2 = V \times 3 / h$
$c^2 = 2643000 \times 3 / 146$
$c^2 \approx 54308$
et $c \approx \sqrt{54308}$ m ≈ 233 m

25 *Extrait du brevet*

La société Truc fabrique des enseignes publicitaires composées de deux cônes de révolution de même diamètre 24 cm et de même hauteur 40 cm.



a. Calculer le volume d'une enseigne. En donner la valeur exacte puis la valeur arrondie au dm^3.

$V = 2 \times \pi \times 12^2 \times 40 : 3$
$V = 3840\pi\ cm^3 \approx 12\ 063\ cm^3$
$V \approx 12\ dm^3$

b. Pour le transport, chaque enseigne est rangée dans un étui en carton ayant la forme d'un cylindre le plus petit possible et ayant même base que les cônes.

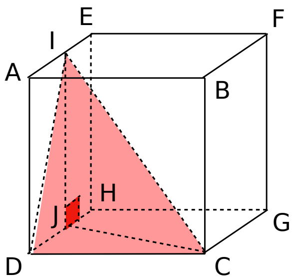
Calculer le volume de cet étui en négligeant l'épaisseur du carton. En donner la valeur exacte en cm^3 puis la valeur arrondie au dm^3.

$V = \pi \times 12^2 \times 80 = 11520\pi\ cm^3 \approx 36\ 191\ cm^3$
$V \approx 36\ dm^3$

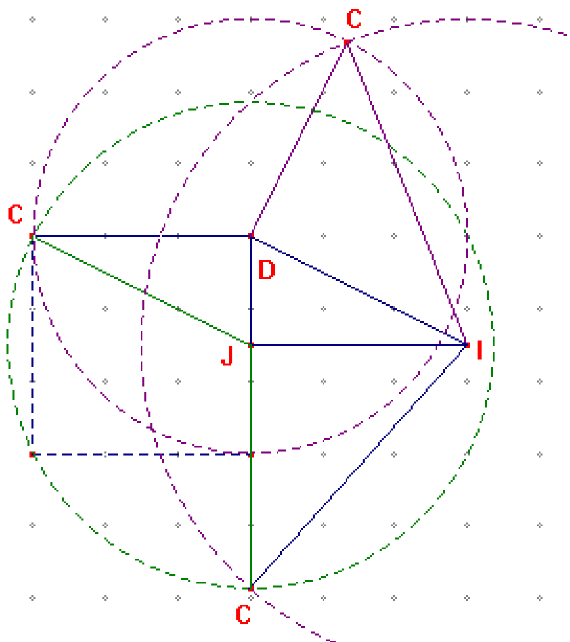
26 *Pyramide à base triangulaire*

ABCDEFGH est un cube de côté 6 cm.

I et J sont les milieux respectifs de [AE] et de [DH].



a. Trace un patron de la pyramide IDJC.

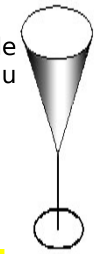


b. Calcule le volume de cette pyramide.

V =(3 × 6 : 2) × 6 : 3= 18 cm³

27 *Boisson*

Une flûte a la forme d'un cône de génératrice 14,5 cm et dont le diamètre de la base est 4,8 cm.



a. Calcule la hauteur de la flûte sans le pied du verre puis son volume arrondi au dixième de cm³.

En utilisant le théorème de Pythagore :
$h^2 = g^2 - r^2 = 14,5^2 - 2,4^2$

$h^2 = 204,49$ et $h = 14,3$ cm

Volume : $\pi \times 2,4^2 \times 14,3 : 3 = 27,456\ \pi$

$V \approx 86,3$ cm³

b. On remplit entièrement d'eau la flûte. On verse cette eau dans un verre cylindrique, de hauteur 9 cm et dont le rayon de la base est 18 mm. L'eau va-t-elle déborder ?

volume du verre :
$\pi \times 1,8^2 \times 9 = 29,16\pi$
Non, l'eau ne va pas déborder car le volume du verre est supérieur à celui de la flûte.

Si non, quelle hauteur, arrondie au mm, va-t-elle atteindre dans le verre ?

hauteur :
$\pi \times 1,8^2 \times h = 27,456\ \pi$
donc $h = 27,456 / 1,8^2 \approx 8,5$ cm

Calculs de longueurs

28 *Cône de révolution1*

On considère un cône tel que SO = 5 cm et $\widehat{OSA} = 40°$.

Calcule la longueur de la génératrice [SA] du cône arrondie au mm.

Dans SAO on utilise le cosinus : cos 40 = SO/SA
donc SA = SO/cos40 = 5/cos40 ≈ 6,5 cm

a. Calcule le rayon du disque de base arrondi au mm.
On utilise la propriété de Pythagore dans SAO rectangle en O :

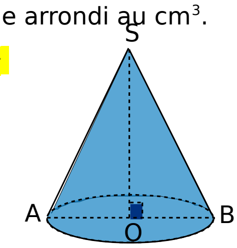
$AO^2 = SA^2 - SO^2$
donc $AO^2 = 17,25$

et AO ≈ 4,2 cm

b. Calcule le volume du cône arrondi au cm³.

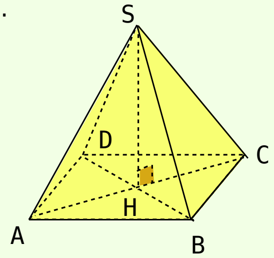
$V = \pi \times 4,2^2 \times 5 : 3 = 29,4\ \pi$

$V \approx 92$ cm³



29 *Extrait du brevet*

La pyramide régulière à base carrée SABCD ci-dessous a une base de 50 cm² et une arête [SA] de 13 cm.



a. Calculer la valeur exacte de AB puis démontrer que : AC = 10 cm.

On a AB²=50 donc AB = $\sqrt{50}$ cm.
En utilisant la propriété de Pythagore dans ABC rectangle en B on a :
AC² = AB²+BC² = 50+50=100 donc AC =10 cm

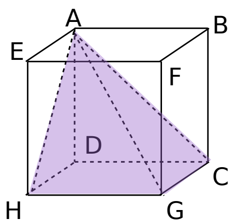
b. Soit H le centre de ABCD. On admet que (SH) est perpendiculaire à (AC).
Démontrer que : SH = 12 cm puis calculer le volume de SABCD.
En utilisant la propriété de Pythagore dans SAH rectangle en H on a SH² = SA²-AH² soit

SH² = 13² - 5² =144 donc SH =12 cm

V(SABCD) = 50 × 12 : 3 = 200 cm³

30 *Pyramide à base carrée*

ACDHG est une pyramide inscrite dans un cube de côté 4 cm.



a. Calcule le volume de cette pyramide, arrondi au cm³.
La hauteur est [AD], V = 4² × 4 : 3 ≈ 21 cm³

b. Calcule les longueurs AH, DG et AG, arrondies au millimètre.
En utilisant la propriété de Pythagore dans ADH rectangle en D :
AH²=AD²+DH²=4²+4²=32 donc AH ≈ 5,7 cm
DG =AH (diagonale de carré)
De la même façon, dans ADG rectangle en D :
AG²=AD²+DG²=4²+32=48 donc AG ≈ 6,9 cm

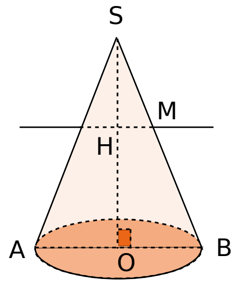
c. Calcule la mesure, arrondie au degré, de l'angle $\widehat{AHD}$. [AH] est une diagonale du carré EHDA, donc bissectrice de $\widehat{EHD}$.

$\widehat{AHD}$ = 90° : 2 = 45°

d. Construis un patron de cette pyramide.

31 *Cône de révolution 2*

On considère le cône tel que OB = 6 cm, SB = 10 cm.



a. Calcule la hauteur SO du cône.
D'après le théorème de Pythagore dans SOB rectangle en O, on a :
SO² = SB² - OB²
d'où SO² = 10² - 6² = 64 et SO = 8 cm

b. Calcule le volume de ce cône. Donne la valeur exacte en fonction de π puis la valeur arrondie au cm³.

V = 堃 × 6² × 8 / 3 = 96 π cm³≈ 302 cm³

c. Soit M un point de la génératrice [SB] tel que SM = 4 cm. On trace une droite parallèle à (OB) passant par M, elle coupe [SO] en H. Montre que les droites (SO) et (HM) sont perpendiculaires.

Puisque les droites (OB) et (HM) sont parallèles, (SO) qui est perpendiculaire à l'une est aussi perpendiculaire à l'autre. Donc (HM) est perpendiculaire à (SO).

d. Calcule HM et SH.
Dans le triangle SOB , on sait que H ∈ [OS], M ∈ [SB] et (HM) // (OB) donc d'après la proportionnalité des longueurs dans un triangle :

$\frac{SM}{SB}=\frac{SH}{SO}=\frac{HM}{OB}$ soit $\frac{4}{10}=\frac{SH}{8}=\frac{HM}{6}$
d'où HM = 4 × 6 /10 = 2,4 cm et

SH = 4 × 8 / 10 = 3,2 cm

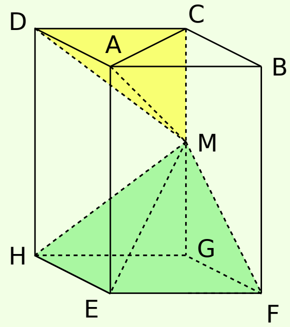
e. Calcule la mesure, arrondie au degré, de l'angle $\widehat{OSB}$.
On utilise la formule du cosinus dans le triangle SOB rectangle en O :
cos $\hat{S}$ = SO/SB = 0,8

donc $\widehat{OSB}$ ≈ 37°

32 *Extrait du brevet*

Un bien étrange sablier...

ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle tel que AB = 8 cm, BC = 6 cm et la hauteur AE = 12 cm. Le point M est situé sur l'arête [CG] et on a : CM = 7 cm.



a. Calculer l'aire du triangle rectangle DAC.

Aire =DA × DC / 2 = 6 × 8 / 2 = 24 cm²

b. Calculer le volume V_1 de la pyramide MADC.

V1 = Aire × MC/3 = 24 × 7 / 3 = 56 cm³

c. Calculer la longueur GM puis calculer le volume V_2 de la pyramide MEFGH.

GM=CG - CM = 12 - 7 = 5 cm

V_2 = FE × EH × MG/3 =8 × 6 × 5/3 = 80 cm³

d. On remplit complètement la partie haute MADC du sablier avec du sable. Lorsque le sable aura fini de s'écouler, la partie basse sera-t-elle pleine ? Et si non, quel volume restera-t-il ?

Non, il restera : 80 - 56 = 24 cm³