

TRIGONOMÉTRIE

1) Relations liant angles et longueurs

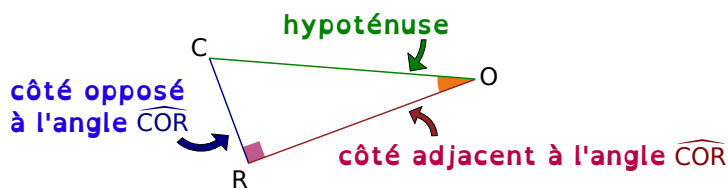
Dans un triangle rectangle,

- le cosinus d'un angle aigu est le quotient de la longueur du côté adjacent à cet angle par la longueur de l'hypoténuse ;
- le sinus d'un angle aigu est le quotient de la longueur du côté opposé à cet angle par la longueur de l'hypoténuse ;
- la tangente d'un angle aigu est le quotient de la longueur du côté opposé à cet angle par la longueur du côté adjacent à cet angle.

Remarques :

- Le cosinus et le sinus d'un angle aigu sont toujours compris entre 0 et 1.
- La tangente d'un angle aigu est un nombre supérieur à 0.

Exemple : Le triangle COR est rectangle en R. Écris les formules donnant le cosinus, le sinus et la tangente de l'angle \widehat{COR} .



Le triangle COR est rectangle en R, donc

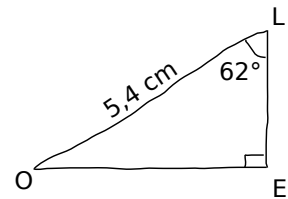
$$\cos \widehat{COR} = \frac{\text{côté adjacent à } \widehat{COR}}{\text{hypoténuse}} = \frac{RO}{CO}$$

$$\sin \widehat{COR} = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{COR}}{\text{hypoténuse}} = \frac{RC}{CO}$$

$$\tan \widehat{COR} = \frac{\text{côté opposé à } \widehat{COR}}{\text{côté adjacent à } \widehat{COR}} = \frac{RC}{RO}$$

2) Calculer des longueurs

Exemple : On considère un triangle LEO rectangle en E tel que $LO = 5,4 \text{ cm}$ et $\widehat{ELO} = 62^\circ$.
Calculer la longueur du côté [LE] arrondie au millimètre.



AU BROUILLON

① Écrire les 3 relations de trigonométrie concernant l'angle connu.

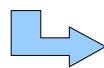
$$\begin{cases} \bullet \cos \widehat{OLE} = \frac{LE}{LO} \\ \bullet \sin \widehat{OLE} = \frac{OE}{OL} \\ \bullet \tan \widehat{OLE} = \frac{OE}{LE} \end{cases}$$

② Repérer la relation qui contient le côté recherché et pas d'autre inconnue.

$$\begin{cases} \bullet \cos 62^\circ = \frac{LE}{5,4} \\ \bullet \sin 62^\circ = \frac{OE}{5,4} \\ \bullet \tan 62^\circ = \frac{OE}{LE} \end{cases}$$

AU PROPRE

③ On cite les données de l'énoncé qui permettent de choisir la relation trigonométrique à utiliser.



Dans le triangle LEO rectangle en E :
[LO] est l'hypoténuse ;
[LE] est le côté adjacent à l'angle \widehat{ELO} .
On doit utiliser le cosinus de l'angle \widehat{ELO} .

④ On écrit la relation de trigonométrie : $\cos \widehat{OLE} = \frac{LE}{LO}$
 $\cos 62^\circ = \frac{LE}{5,4}$

⑤ On applique la règle des produits en croix : $\frac{\cos 62^\circ}{1} \times \frac{LE}{5,4}$
et on conclue : $LE = \frac{5,4 \times \cos 62^\circ}{1} \approx 2,5 \text{ cm}$

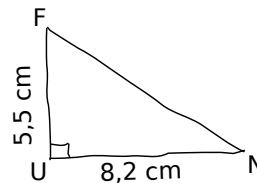
3) Calculer des angles

On utilise les fonctions réciproques de trigonométrie : Arccos, Arcsin, Arctan

Exemple :

Soit FUN un triangle rectangle en U tel que
UN = 8,2 cm et UF = 5,5 cm.

Calcule la mesure de l'angle \widehat{UNF} arrondie au degré.



AU BROUILLON

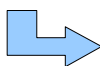
- ① Écrire les 3 relations de trigonométrie concernant l'angle recherché.
- ② Repérer la relation qui contient l'angle recherché et pas d'autre inconnue.

$$\begin{cases} \bullet \cos \widehat{UNF} = \frac{UN}{NF} \\ \bullet \sin \widehat{UNF} = \frac{UF}{NF} \\ \bullet \tan \widehat{UNF} = \frac{UF}{UN} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \bullet \cos \widehat{UNF} = \frac{8,2}{NF} \\ \bullet \sin \widehat{UNF} = \frac{5,5}{NF} \\ \bullet \tan \widehat{UNF} = \frac{5,5}{8,2} \end{cases}$$

AU PROPRE

- ③ On cite les données de l'énoncé qui permettent de choisir la relation trigonométrique à utiliser.



Dans le triangle FUN rectangle en U,
[FU] est le côté opposé à l'angle \widehat{UNF} ;
[UN] est le côté adjacent à l'angle \widehat{UNF} .
On doit utiliser la tangente de l'angle \widehat{UNF} .

- ④ On écrit la relation de trigonométrie : $\tan \widehat{UNF} = \frac{5,5}{8,2}$

- ⑤ On écrit la relation réciproque trigonométrique réciproque : $\widehat{UNF} = \text{Arctan}\left(\frac{5,5}{8,2}\right)$
et on conclue : $\widehat{UNF} \approx 34^\circ$

4) Utiliser les formules de trigonométrie

Pour tout angle aigu \hat{A} , $(\cos \hat{A})^2 + (\sin \hat{A})^2 = 1$ et $\tan \hat{A} = \frac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}}$.

Remarque : La première formule peut aussi s'écrire $\cos^2 \hat{A} + \sin^2 \hat{A} = 1$.

Exemple : Calcule la valeur exacte de $\sin \hat{A}$ et $\tan \hat{A}$ sachant que \hat{A} est un angle aigu tel que $\cos \hat{A} = 0,8$.

- $\cos^2 \hat{A} + \sin^2 \hat{A} = 1$ donc $\sin^2 \hat{A} = 1 - \cos^2 \hat{A} = 1 - 0,8^2 = 1 - 0,64 = 0,36$.
Le sinus d'un angle aigu est un nombre positif donc $\sin \hat{A} = \sqrt{0,36} = 0,6$.
- $\tan \hat{A} = \frac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}} = \frac{0,6}{0,8} = 0,75$.