<u>II Fonction tangente</u>

La fonction tangente notée tan est définie sur $\mathbb{R} \backslash \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\} = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left] \frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + (k+1)\pi \right[$ par :

$$\tan \ : x \mapsto \frac{\sin x}{\cos x}.$$

Elle est continue et dérivable sur chaque intervalle de son ensemble de définition, et :

$$\forall x \in \mathbb{R} \backslash \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}, \tan' x = 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

Elle est périodique de période π et impaire ; on l'étudie sur $\left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$, et sur cet intervalle, elle est strictement croissante.

$\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}^-} \sin x = 1, \ \lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}^-} \cos x = 0$, et : $\forall x \in \left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[, \cos x \geq 0.$

Donc : $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{2}^-} \tan x = +\infty$; et donc $\lim\limits_{x \to -\frac{\pi}{2}^+} \tan x = -\infty$.

Les droites d'équations $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ sont asymptotes à la courbe représentative de la fonction tangente.

Equations :

$$\tan x = \tan \alpha \iff x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

.

<u>III Fonction cotangente</u>

La fonction cotangente notée cot ou cotan est définie sur $\mathbb{R} \backslash \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\} = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}}]k\pi, (k+1)\pi[$ par :

$$\operatorname{cotan} \ : x \mapsto \frac{\cos x}{\sin x}.$$

Elle est continue et dérivable sur chaque intervalle de son ensemble de définition, et :

$$\forall x \in \mathbb{R} \backslash \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}, \operatorname{cotan}' x = -\left(1 + \operatorname{cotan}^2 x\right) = \frac{-1}{\sin^2 x}.$$

Elle est périodique de période π ; on l'étudie sur $]0, \pi[$, et sur cet intervalle, elle est strictement décroissante.
De plus : $\forall x \in]0, \pi[, \ \operatorname{cotan}(\pi - x) = -\operatorname{cotan} x$.
Le point de coordonnées $(\frac{\pi}{2}, 0)$ est centre de symétrie de la courbe représentative de la fonction cotangente.

$\lim\limits_{x \to 0} \cos x = 1, \ \lim\limits_{x \to 0} \sin x = 0$ et : $\forall x \in]0, \pi[, \sin x \geq 0.$

Donc : $\lim\limits_{x \to 0^+} \operatorname{cotan} x = +\infty$; et donc $\lim\limits_{x \to -\pi^-} \operatorname{cotan} x = -\infty$.

Les droites d'équations $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$ sont asymptotes à la courbe représentative de la fonction cotangente.

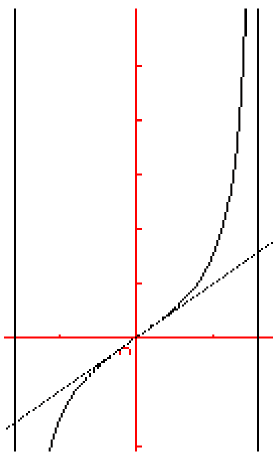
Equations :

$$\operatorname{cotan} x = \operatorname{cotan} \alpha \iff x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Remarque : la fonction cotangente n'est pas l'inverse de la fonction tangente.

<u>Courbes :</u>

x	$-\frac{\pi}{2}$		$\frac{\pi}{2}$
$\tan' x$	$\parallel$	$+$	$\parallel$
$\tan$	$\parallel -\infty$	$\nearrow$	$+\infty \parallel$



x	0		π
$\operatorname{cotan}' x$	$\parallel$	$-$	$\parallel$
cotan	$\parallel +\infty$	$\searrow$	$-\infty \parallel$