

CALCUL LITTÉRAL

I APPLICATIONS DE LA DISTRIBUTIVITÉ

Activité II p 34

Je retiens

RÈGLES

Distributivité simple.


k, a et b sont des **nombres relatifs**. On a :

$$\underbrace{k \times (a + b)}_{\text{produit}} = \underbrace{k \times a + k \times b}_{\text{somme algébrique}}$$

Exemples:

Développer un produit, c'est le remplacer par une somme algébrique (expression avec des additions ou soustractions).

• Développer $C = -5(x - 3)$.

$$C = -5(x + (-3))$$

$$C = -5 \times x + 5 \times 3$$
$$C = -5x + 15.$$

Dans cet exemple, on doit d'abord faire la soustraction entre parenthèses, puis la multiplication (c'est pour ça que l'expression est un produit); mais comme on ne connaît pas la valeur de x , on ne peut pas effectuer la soustraction.

Alors on développe pour débloquer la situation, avec $k = -5$, $a = x$ et $b = -3$, en s'occupant d'abord du signe des produits.

Je m'exerce

Exercices 1 et 3 p 39.

Je retiens

Factoriser une somme algébrique, c'est la remplacer par un produit.

• Factoriser $D = -2y - 14$.

$$D = -2y - 14$$
$$D = (-2) \times y + (-2) \times 7$$
$$D = (-2)(y + 7).$$

Dans cet exemple, on remarque que -2 et -14 sont dans la table de -2 , donc -2 est le facteur commun.

Alors on factorise, avec $k = -2$, $a = y$ et $b = 7$.

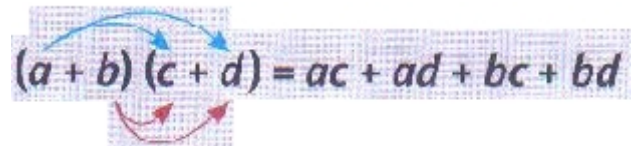
Je m'exerce

Exercice 4 p 39.

Je retiens

Double Distributivité.

a, b, c et d sont des **nombres relatifs**. On a :


$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Exemple :

Développer $H = (g - 2)(-3 + g)$.

$$H = -g \times 3 + g \times g + 2 \times -3 - 2 \times g$$

$$H = -3g + g^2 + 6 - 2g$$

$$H = g^2 - 5g + 6$$

L'expression est de la forme $(a+b)(c+d)$

avec $a = g$, $b = -2$, $c = -3$ et $d = g$.

On applique **la règle des signes de la multiplication**.

On regroupe ensemble les termes de la même famille :
il y a deux fois la famille des g ; dans la première ils sont -3 (car $-3g$) et dans la deuxième ils sont -2 (car $-2g$), donc au total ils sont $-5g$.

Je m'exerce

Exercice 2 p 39.

Je retiens

RÉDUIRE UNE EXPRESSION LITTÉRALE.

Définition : réduire une expression littérale consiste à écrire cette expression avec le moins de termes possibles, en regroupant les termes qui sont de la "même famille".

Exemples:

- $4x^2 - 7x^2 + x^2 = (4 - 7 + 1)x^2 = -2x^2$

Il y a trois fois la famille des x^2 ; dans la première ils sont 4 (car $4x^2$), dans la deuxième ils sont -7 (car $-7x^2$) et dans la troisième ils sont 1 (car $x^2 = 1x^2$) donc au total ils sont $-2x^2$.

- $5a^2 - 4a - 1 + 2a^2 + a + 3 = 7a^2 - 3a + 2$

On ne peut pas réduire $7a^2 - 3a + 2$ car les termes font partie de trois "familles" différentes.

Je m'exerce

Exercice 5 p 39.

Je retiens

FACTORISATION LORSQUE LE FACTEUR COMMUN EST UNE EXPRESSION LITTÉRALE

Exemples: factoriser les expressions ci-dessous.

$$\begin{aligned}
 A &= (7x-4)(x+4) + (7x-4)(7x-1) \\
 A &= (7x-4)[(x+4) + (7x-1)] \\
 A &= (7x-4)(x+4+7x-1) \\
 A &= (7x-4)(8x+3);
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B &= (4x+5)^2 - (3x-6)(4x+5) \\
 B &= (4x+5)(4x+5) - (3x-6)(4x+5) \\
 B &= (4x+5)[(4x+5) - (3x-6)] \\
 B &= (4x+5)(4x+5-3x+6) \\
 B &= (4x+5)(x+11)
 \end{aligned}$$

Je m'exerce

Exercice 29 p 41.

II IDENTITÉS REMARQUABLES : DÉVELOPPEMENT

Activité V p 35.

Je retiens

Règles :

a et b sont des **nombre relatifs**. On a :

- carré d'une somme $(a+b)^2 = a^2 + 2 \times a \times b + b^2$
- carré d'une différence $(a-b)^2 = a^2 - 2 \times a \times b + b^2$
- produit d'une somme par une différence $\underbrace{(a-b)(a+b)}_{\text{produits}} = \underbrace{a^2 - b^2}_{\text{sommes algébriques}}$

Exemples :

Étape 1	Développer $H = (6y+4)^2$	Je reconnais la forme $(a+b)^2$ avec $a = 6y$ et $b = 4$.
Étape 2	$H = (6y)^2 + 2 \times 6y \times 4 + 4^2$	J'utilise l'identité remarquable correspondante : $(a+b)^2 = a^2 + 2 \times a \times b + b^2$
Étape 3	$H = 36y^2 + 48y + 16$	J'effectue les calculs.

Étape 1	Développer $K = (3-2x)^2$	Je reconnais la forme $(a-b)^2$ avec $a = 3$ et $b = 2x$.
Étape 2	$K = 3^2 - 2 \times 3 \times 2x + (2x)^2$	J'utilise l'identité remarquable correspondante : $(a-b)^2 = a^2 - 2 \times a \times b + b^2$
Étape 3	$K = 9 - 12x + 4x^2$	J'effectue les calculs.

Étape 1	Développer $L = (7-5t)(7+5t)$	Je reconnais la forme $(a-b)(a+b)$ avec $a = 7$ et $b = 5t$.
Étape 2	$L = 7^2 - (5t)^2$	J'utilise l'identité remarquable correspondante : $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$
Étape 3	$L = 49 - 25t^2$	J'effectue les calculs.

Je m'exerce

Exercices 12(b), 13(d), 14(c) et 15(c) p 39 et 45 p 42.

III IDENTITÉS REMARQUABLES : FACTORISATION

Activité VI A p 35.

Je retiens

Règles :

a et b sont des **nombre relatifs**. On a :

- $a^2 + 2 \times a \times b + b^2 = (a+b)^2$
- $a^2 - 2 \times a \times b + b^2 = (a-b)^2$
- différence de deux carrés $\underbrace{a^2 - b^2}_{\text{sommes algébriques}} = \underbrace{(a-b)(a+b)}_{\text{produits}}$

Exemples :

Étape 1	Factoriser $M = x^2 + 6x + 9$	Je repère les carrés : x^2 et $9 = 3^2$
Étape 2	$M = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2$	M est de la forme $a^2 + 2 \times a \times b + b^2$ avec $a = x$ et $b = 3$. Je vérifie le double produit et son signe
Étape 3	$M = (x+3)^2$	Je factorise en utilisant l'identité : $a^2 + 2 \times a \times b + b^2 = (a+b)^2$.

Étape 1	Factoriser $N = 9x^2 + 25y^2 - 30xy$	Je repère les carrés : $9x^2 = (3x)^2$ et $25y^2 = (5y)^2$
Étape 2	$N = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 5y + (5y)^2$	N est de la forme $a^2 - 2 \times a \times b + b^2$ avec $a = 3x$ et $b = 5y$. Je vérifie le double produit et son signe
Étape 3	$N = (3x-5y)^2$	Je factorise en utilisant l'identité : $a^2 - 2 \times a \times b + b^2 = (a-b)^2$.

Étape 1	Factoriser $P = 16x^2 - 49$	Je repère les carrés : $16x^2 = (4x)^2$ et $49 = 7^2$
Étape 2	$P = (4x)^2 - 7^2$	P est de la forme $a^2 - b^2$ avec $a = 4x$ et $b = 7$.
Étape 3	$P = (4x - 7)(4x + 7)$	Je factorise en utilisant l'identité : $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$.

Je m'exerce

Exercices 47(a), 48(a), 49(a) et 50(d) p 42 et 45 p 42.

Je retiens

Application : utilisation des identités remarquables en calcul mental.

Exemples :

- $102^2 = (100 + 2)^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times 2 + 2^2 = 10\ 000 + 400 + 4 = 10\ 404$
- $27^2 = (30 - 3)^2 = 30^2 - 2 \times 30 \times 3 + 3^2 = 900 - 180 + 9 = 729$
- $104 \times 96 = (100 + 4) \times (100 - 4) = 100^2 - 4^2 = 10\ 000 - 16 = 9\ 984$

Je m'exerce

Exercices 67, 68, 71(2°) et 73(2°) p 44.