INITIATION AU CALCUL LITTÉRAL ET AUX ÉQUATIONS

I Vocabulaire

Une **expression littérale** est un calcul dans lequel on a remplacé des nombres par des lettres.

Exemples :

- l'aire d'un rectangle est $\mathscr{A} = \text{L} \times \ell$ (*c'est une expression littérale avec les lettres* L et ℓ).
- le périmètre d'un carré est $\mathscr{P} = 4 \times c$.

II Transformations d'expressions littérales

Écriture simplifiée d'un produit.

Le signe "×" de la multiplication peut être supprimé
- entre deux lettres (*on considère les parenthèses comme des lettres*),
- entre un nombre et une lettre.

Exemples :

- le produit $\boldsymbol{3 \times a}$ ou $\boldsymbol{a \times 3}$ peut être noté $\boldsymbol{3a}$.
- le produit $\boldsymbol{x \times y}$ peut être noté $\boldsymbol{xy}$.
- le produit $\boldsymbol{3 \times (2 + a)}$ ou $\boldsymbol{(2 + a) \times 3}$ peut être noté **3 (2 + a)**.(*et se lit "3 facteur de 2 plus a"*)
- le produit $\boldsymbol{6 \times a \times 7 \times b}$ se simplifie en $\boldsymbol{6 \times 7 \times a \times b = 42ab}$

Cas particuliers :

- le produit $\boldsymbol{a \times a}$ est noté $\boldsymbol{a^2}$ (*au lieu de* ***aa*** *et se lit "**a** au carré"*).
- le produit $\boldsymbol{a \times a \times a}$ est noté $\boldsymbol{a^3}$ (*au lieu de* ***aaa*** *et se lit "**a** au cube"*).
- le produit $\boldsymbol{1 \times a}$ est noté simplement $\boldsymbol{a}$.

Attention : quand on calcule la valeur d'une expression littérale, il faut d'abord remettre les signes "×" là où ils ont été supprimés, avant de remplacer les lettres par des nombres.

Exemple : calculer $\text{A} = 5a - 2b^2 + 4$ avec $a = 6$ et $b = 3$.

$\text{A} = 5 \times a - 2 \times b \times b + 4$
$\text{A} = 5 \times 6 - 2 \times 3 \times 3 + 4$
$\text{A} = 30 - 18 + 4$
$\text{A} = 12 + 4$
$\text{A} = 16$.

Distributivité de la multiplication sur l'addition et la soustraction.

Les égalités suivantes sont vraies quels que soient les nombres que l'on met à la place de a, b et k :

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b \qquad (a + b) \times k = a \times k + b \times k$$
$$k \times (a - b) = k \times a - k \times b \qquad (a - b) \times k = a \times k - b \times k$$

On dit que la multiplication est **distributive** sur l'addition et la soustraction.

Exemples :

- $12 \times (9 - 7)$ peut se calculer de deux manières

En respectant les priorités de calcul :
$12 \times (\underline{9 - 7}) = 12 \times 2 = 24$

En utilisant la distributivité :
$12 \times (9 - 7) = \underline{12 \times 9} - \underline{12 \times 7} = 108 - 84 = 24$

- $5{,}7 \times 64 + 5{,}7 \times 36$ peut se calculer de deux manières

En respectant les priorités de calcul :
$\underline{5{,}7 \times 64} + \underline{5{,}7 \times 36} = 364{,}8 + 205{,}2 = 570$

En utilisant la distributivité :
$5{,}7 \times 64 + 5{,}7 \times 36 = (\underline{64 + 36}) \times 5{,}7 = 100 \times 5{,}7 = 570$

Remarques :

- En écrivant $12 \times (9 - 7) = 12 \times 9 - 12 \times 7$ on a transformé un produit en une différence.

  Définition : **développer un produit** revient à transformer ce produit en une somme ou une différence.

  Exemples :

$A = 5\ (3 + a) = 5 \times 3 + 5 \times a$

*le **produit*** $5\ (3 + a)$ *a été transformé en une **somme*** $15 + 5a$

$B = 2\ (x - 7) = 2 \times x - 2 \times 7$

*le **produit*** $2\ (x - 7)$ *a été transformé en une **différence*** $2x - 14$

- En écrivant $5{,}7 \times 64 + 5{,}7 \times 36 = (64 + 36) \times 5{,}7$ on a transformé une somme en un produit.

  Définition : **factoriser une somme ou une différence** revient à transformer cette somme (ou cette différence) en un produit.

  Exemples :

$C = 16 + 8x = 8 \times 2 + 8 \times x = 8\ (2 + x)$

*la **somme*** $16 + 8x$ *a été transformée en un **produit*** $8\ (2 + x)$

$D = 5a - 5b = 5 \times a - 5 \times b = 5\ (a - b)$

*la **différence*** $5a - 5b$ *a été transformée en un **produit*** $5\ (a - b)$

III tests d'égalité

Définition : tester l'égalité de deux expression revient à remplacer dans chaque expression les lettres identiques par les mêmes valeurs, puis à effectuer le calcul de chaque expression séparément et constater si les résultats sont égaux ou différents pour ces valeurs.

Exemple : on souhaite tester l'égalité $5x - 4 = 8 + 3x$ en remplaçant x par 6, puis par 2.

- je remplace x par 6 des deux côtés du signe = et je fais les calculs séparément.
  $5 \times 6 - 4 = 30 - 4 = 26$ et $8 + 3 \times 6 = 8 + 18 = 26$
  Comme $26 = 26$ alors l'égalité $5x - 4 = 8 + 3x$ est vraie quand on remplace x par 6.
  On dit que **6 est une solution de l'équation** $5x - 4 = 8 + 3x$.

- je remplace x par 2 des deux côtés du signe = et je fais les calculs séparément.
  $5 \times 2 - 4 = 10 - 4 = 6$ et $8 + 3 \times 2 = 8 + 6 = 14$
  Comme $6 \neq 14$ alors l'égalité $5x - 4 = 8 + 3x$ est fausse quand on remplace x par 2.