PUISSANCES

I Puissances d'un nombre relatif : exposant entier positif

Activité I p 52.

Je retiens
Définition :
On a inventé la notation "puissance" pour simplifier l'écriture d'un produit dont tous les facteurs sont égaux.
Ainsi le produit de ***n*** facteurs égaux à ***a*** s'écrit $a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}$ où ***a*** est un nombre relatif et ***n*** un entier positif **non nul**.
a^n est une **puissance** du nombre ***a*** et ***n*** s'appelle un **exposant**.

Exemples :
- 3^5 est le produit de 5 facteurs égaux à 3 d'où $3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$
- $(-4)^2$ est le produit de 2 facteurs égaux à - 4 d'où $(-4)^2 = (-4) \times (-4) = -16$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^4$ est le produit de 4 facteurs égaux à $\frac{2}{3}$ d'où $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{16}{81}$

Cas particuliers : $a^1 = a$ $\quad$ a^2 se prononce "*a* au carré" $\quad$ a^3 se prononce "*a* au cube"

Convention : $a^0 = 1$ où ***a*** est un nombre relatif **non nul**.

Exemple : $(-12)^0 = 1$

Je m'exerce
Exercice 22 p 60.

Utilisation de la calculatrice : page 67.

Exercices 40 et 41 p 61.

Activité II p 52.

Je retiens
Puissances de 10

n désigne un entier positif.
$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \ldots \times 10}_{n \text{ facteurs}} = 1\underbrace{0 \ldots 0}_{n \text{ zéros}}$.

Exemple :
$10^6 = \underbrace{10 \times 10 \times \ldots \times 10}_{6 \text{ facteurs}} = 1\underbrace{000\ 000}_{6 \text{ zéros}}$

Je m'exerce
Exercices 26 et 27 p 60.

II Puissances d'un nombre relatif : exposant entier négatif

Activité III p 52.

Je retiens

Définition : ***a*** est un nombre relatif **non nul** et ***n*** un entier positif **non nul**,

a^{-n} désigne l'**inverse de** a^n , donc $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$.

Exemples :

- $3^{-5}=\frac{1}{3^5}=\frac{1}{3\times3\times3\times3\times3}=\frac{1}{243}$
- $(-5)^{-4}=\frac{1}{(-5)^4}=\frac{1}{(-5)\times(-5)\times(-5)\times(-5)}=\frac{1}{625}$

Cas particulier : a^{-1} est l'inverse de ***a*** (avec ***a*** non nul) donc $a^{-1}=\frac{1}{a}$.

Exemple : 3^{-1} est l'inverse de 3 donc $3^{-1}=\frac{1}{3}$.

Je m'exerce

Exercice 49 p 61.

Je retiens

Puissances de 10

n désigne un entier positif non nul.

$$10^{-n}=\frac{1}{10^n}=\frac{1}{\underbrace{10\times10\times\ldots\times10}_{n\ \ facteurs}}=\frac{1}{1\,\underbrace{0\ldots0}_{n\ \ zéros}}=\underbrace{0{,}0\ldots0}_{n\ \ zéros}1$$

Exemple :

$$10^{-4}=\frac{1}{10^4}=\frac{1}{1\,\underbrace{0\ 000}_{4\ \ zéros}}=\underbrace{0{,}000}_{4\ \ zéros}\ 1$$

Je m'exerce

Exercices 51, 52 p 61 et 33 p 60.

III Calculer avec des puissances

Activité V p 53 (à l'oral).

Je retiens

Règles de calcul :

Soient ***n*** et ***p*** deux nombres entiers relatifs. On a :

- $10^n\times10^p=10^{n+p}$
- $\frac{10^n}{10^p}=10^{n-p}$
- $(10^n)^p=10^{n\times p}$

Exemples :

$10^3 \times 10^{-7} = 10^{3+(-7)} = 10^{-4}$

$\dfrac{10^9}{10^{-4}} = 10^{9-(-4)} = 10^{9+4} = 10^{13}$

$(10^{-7})^2 = 10^{-7\times 2} = 10^{-14}$

$10^{-6} \times 10^8 = 10^{-6+8} = 10^2$

$\dfrac{10^{-3}}{10^5} = 10^{-3-5} = 10^{-8}$

$(10^3)^5 = 10^{3\times 5} = 10^{15}$

Je m'exerce

Exercices 2, 4, 6 et 9 p 58.

Je retiens

Exemples de calculs

a et ***b*** deux nombres relatifs non nul.

Calcul littéral	Exemple numérique
• $a^2 \times a^3 = \underbrace{\underbrace{a \times a}_{2\ facteurs} \times \underbrace{a \times a \times a}_{3\ facteurs}}_{5\ facteurs\ égaux\ à\ a} = a^5$	• $5^1 \times 5^3 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$
• $\dfrac{a^5}{a^3} = \dfrac{a \times a \times a \times a \times a}{a \times a \times a} = a \times a = a^2$	• $\dfrac{7^2}{7^5} = \dfrac{7 \times 7}{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7} = \dfrac{1}{7 \times 7 \times 7} = \dfrac{1}{7^3} = 7^{-3}$
• $(ab)^3 = ab \times ab \times ab = a \times a \times a \times b \times b \times b = a^3 b^3$	• $(3x)^2 = 3x \times 3x = 3 \times 3 \times x \times x = 3^2 x^2 = 9x^2$

Je m'exerce

Exercices 35 p 60, 58, 59 et 60 p 62.

Je retiens

Priorités de calcul

Dans une expression sans parenthèse, on calcule d'abord les puissances, puis les multiplications et divisions et enfin les additions et soustractions.

Exemples :

$$E = 7 - 5 \times 4^2$$
$$E = 7 - 5 \times 16$$
$$E = 7 - 80$$
$$E = -73$$

$$F = 2 \times [7 \div 10^2 - (-2)^3]$$
$$F = 2 \times [7 \div 100 - (-8)]$$
$$F = 2 \times (0{,}07 + 8)$$
$$F = 2 \times 8{,}07$$
$$F = 16{,}14$$

Je m'exerce

Exercices 36 p 60 et 61 p 62.

<u>IV Écriture scientifique d'un nombre décimal</u>

<u>Activité IV p 53</u>.

Je retiens
Un nombre décimal admet une infinité d'écritures de la forme $a \times 10^n$, où **a** est un nombre décimal et **n** est un entier relatif.

<u>Exemples</u> :

- $2\ 540\ 000 = 254 \times 10^4 = 25{,}4 \times 10^5 = 2{,}54 \times 10^6 = 0{,}254 \times 10^7$
- $0{,}001\ 38 = 138 \times 10^{-5} = 13{,}8 \times 10^{-4} = 1{,}38 \times 10^{-3} = 0{,}138 \times 10^{-2}$

L'écriture scientifique (ou notation scientifique) d'un nombre décimale est de la forme $a \times 10^n$, où ***a*** est un nombre décimal **avec un chiffre non nul avant la virgule** et ***n*** est un entier relatif.

<u>Exemples</u> :

•L'écriture scientifique de -76 850 000 est $-7{,}685 \times 10^7$

l'exposant est 7*, car il faut déplacer la virgule de* 7 *rangs vers la droite pour passer de* -7,685 *à* -76 850 000.

•L'écriture scientifique de 0,000 064 est $6{,}4 \times 10^{-5}$

l'exposant est -5*, car il faut déplacer la virgule de* 5 *rangs vers la gauche pour passer de* 6,4 *à* 0,000 064.

Je m'exerce
Exercices 55 et 54 p 61, 12 et 14 p 59.
Exercice 18 (a) p 59.