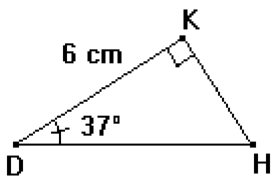
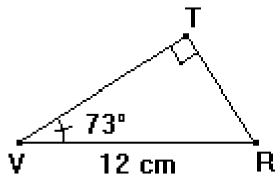
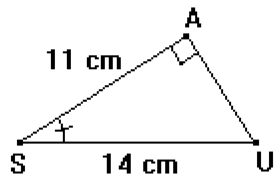
TRIGONOMÉTRIE DANS LE TRIANGLE RECTANGLE

Je m'exerce

Rappel : en utilisant la formule : cosinus d'un angle = $\dfrac{\textit{côté adjacent à l'angle}}{\textit{hypoténuse}}$, calculer DH, VT et la mesure de l'angle $\widehat{ASU}$ dans les triangles rectangles ci-dessous.





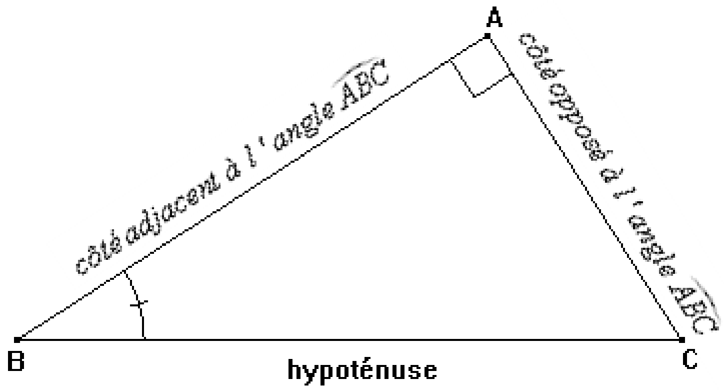


Je retiens

I Cosinus, sinus et tangente d'un angle aigu

A l'oral : le cosinus d'un angle fait intervenir le côté adjacent à cet angle et l'hypoténuse.
Pour ne pas faire de "jaloux" entre les côtés d'un triangle rectangle, il existe une formule trigonométrique faisant intervenir le côté opposé à un angle et l'hypoténuse et une formule trigonométrique faisant intervenir le côté opposé et le côté adjacent à un angle.

Définitions : dans le triangle ABC **rectangle** en A,



- cosinus de l'angle $\widehat{ABC}$ = $\dfrac{\textit{côté adjacent à l'angle } \widehat{ABC}}{\textit{hypoténuse}}$

  On note $\cos\widehat{ABC} = \dfrac{BA}{BC}$.

- sinus de l'angle $\widehat{ABC}$ = $\dfrac{\textit{côté opposé à l'angle } \widehat{ABC}}{\textit{hypoténuse}}$

  On note $\sin\widehat{ABC} = \dfrac{AC}{BC}$.

- tangente de l'angle $\widehat{ABC}$ = $\dfrac{\textit{côté opposé à l'angle } \widehat{ABC}}{\textit{côté adjacent à l'angle } \widehat{ABC}}$

  On note $\tan\widehat{ABC} = \dfrac{AC}{AB}$.

A l'oral : lecture graphique du cosinus, sinus et tangente d'un angle aigu sur le cercle trigonométrique.

Remarques :

- le sinus et le cosinus d'un angle aigu sont des nombres compris strictement entre 0 et 1.

$$0 < \cos \widehat{ABC} < 1 \qquad \text{et} \qquad 0 < \sin \widehat{ABC} < 1$$

- les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ sont complémentaires. On a $\sin \widehat{ACB} = \dfrac{BA}{BC}$, or $\cos \widehat{ABC} = \dfrac{BA}{BC}$, d'où $\cos \widehat{ABC} = \sin \widehat{ACB}$.
  On en conclut que le cosinus d'un angle aigu est égal au sinus de son angle complémentaire.
  De même on obtient $\sin \widehat{ABC} = \cos \widehat{ACB}$.

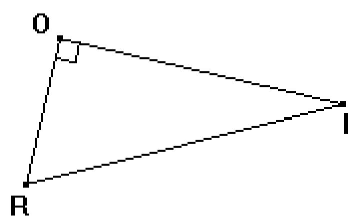
- On a $\tan \widehat{ACB} = \dfrac{AB}{AC}$, or $\tan \widehat{ABC} = \dfrac{AC}{AB}$, d'où $\tan \widehat{ABC} = \dfrac{1}{\tan \widehat{ACB}}$.
  On en conclut que la tangente d'un angle aigu est égale à l'inverse de la tangente de son angle complémentaire.

A l'oral : explication de l'utilisation des tables trigonométriques (avant l'apparition des calculatrices électroniques).

Je m'exerce
Exercices 4(a) et 5(b) p 237.
Exercices 13 p 238, 18 et 19 p 239.

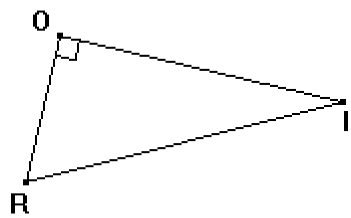
II Relations trigonométriques

Activité :



Exprimer $\cos \widehat{ORI}$, $\sin \widehat{ORI}$, $\tan \widehat{ORI}$, puis $\dfrac{\sin \widehat{ORI}}{\cos \widehat{ORI}}$ dans le triangle rectangle ORI. Que remarque-t-on ?

Activité :



1. Écrire la relation du théorème de Pythagore pour le triangle rectangle ROI.
2. Montrer que $(\cos \widehat{ORI})^2 + (\sin \widehat{ORI})^2 = \dfrac{RO^2 + OI^2}{RI^2}$.
3. Déduire du 1. et 2. que $(\cos \widehat{ORI})^2 + (\sin \widehat{ORI})^2 = 1$.

Je retiens
Propriétés : on note **α** la mesure d'un angle aigu en degré.

On a :

- $\tan \alpha = \dfrac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $(\cos \alpha)^2 + (\sin \alpha)^2 = 1$

Exemples : on note **α** la mesure d'un angle aigu en degré tel que $\cos\alpha = 0{,}8$.

- Calcul de $\sin\alpha$.

$$(\cos\alpha)^2 + (\sin\alpha)^2 = 1$$
$$0{,}8^2 + (\sin\alpha)^2 = 1$$

$$0{,}64 + (\sin\alpha)^2 = 1$$
$$(\sin\alpha)^2 = 1 - 0{,}64$$
$$(\sin\alpha)^2 = 0{,}36$$
$$\sin\alpha = \sqrt{0{,}36}$$
$$\sin\alpha = 0{,}6$$

- Calcul de $\tan\alpha$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$
$$\tan\alpha = \frac{0{,}6}{0{,}8}$$
$$\tan\alpha = 0{,}75$$

Je m'exerce

Exercice 50 p 241.