NOMBRES RELATIFS EN ÉCRITURE FRACTIONNAIRE

I Égalité de quotients

Exercice 36 p 43.

Je retiens

Propriété : un quotient de deux nombres relatifs en écriture fractionnaire, ne change pas quand on multiplie (ou on divise) le numérateur **et** le dénominateur **par un même nombre relatif** (non nul).

a, ***b*** (≠ 0) et ***c*** (≠ 0) désignent trois nombres relatifs, alors

$$\frac{a}{b}=\frac{a\times c}{b\times c} \qquad \frac{a}{b}=\frac{a\div c}{b\div c}$$

Exemples :

$$\frac{-3}{5}=\frac{-3\times 4}{5\times 4}=\frac{-12}{20} \qquad \frac{9}{-15}=\frac{9\div(-3)}{-15\div(-3)}=\frac{-3}{5} \qquad \frac{-25}{-40}=\frac{5\times(-5)}{8\times(-5)}=\frac{5}{8}$$

Activité 2 p 34.

Je retiens

Égalité des produits en croix :

a, ***b*** (≠ 0), ***c*** et ***d*** (≠ 0) désignent quatre nombres relatifs.

- Si $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ alors $a\times d=b\times c$
- Si $a\times d=b\times c$ alors $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$

Application : **Comment démontrer que deux fractions sont égales** ?

- Les fractions $\frac{17}{15}$ et $\frac{221}{195}$ sont-elles égales ?

On a $17\times 195=3\,315$ et $15\times 221=3\,315$; comme $17\times 195=15\times 221$ alors $\frac{17}{15}=\frac{221}{195}$.

- Les fractions $\frac{13}{14}$ et $\frac{167}{182}$ sont-elles égales ?

On a $13\times 182=2\,366$ et $14\times 167=2\,238$; comme $13\times 182\neq 14\times 167$ alors $\frac{13}{14}\neq\frac{167}{182}$.

Je m'exerce

Exercices 40 et 41 p 31.

Je retiens

II Addition et soustraction

Règle : pour additionner (ou soustraire) deux quotients de nombres relatifs en écriture fractionnaire avec le **même dénominateur** :

- on garde le **même dénominateur**
- on additionne (ou soustrait) les numérateurs.

a, ***b*** et ***c*** (≠ 0) désignent trois nombres relatifs :

$$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c} \quad \text{et} \quad \frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c}$$

Exemples :

$$\frac{-2}{7}+\frac{8}{7}=\frac{-2+8}{7}=\frac{6}{7} \qquad \frac{1,5}{11}-\frac{8}{11}=\frac{1,5-8}{11}=\frac{-6,5}{11}=-\frac{6,5}{11} \qquad \frac{2}{-3}+\frac{-7}{-3}=\frac{2+(-7)}{-3}=\frac{-5}{-3}=\frac{5}{3}$$

Règle : pour additionner (ou soustraire) deux quotients de nombres relatifs en écriture fractionnaire avec des **dénominateurs différents** :

- on réduit **d'abord** le deux quotients au **même dénominateur**
- on applique ensuite la règle ci-dessus.

Exemples :

- pour calculer $\frac{1}{2}+\frac{5}{3}$, je dois chercher un multiple de 2 **et** de 3 comme dénominateur commun, par exemple **6** (mais on peut aussi prendre 12, 18, …).

$$\frac{1}{2}+\frac{5}{3}=\frac{1\times3}{2\times3}+\frac{5\times2}{3\times2}=\frac{3+10}{6}=\frac{13}{6}$$

- Pour calculer $\frac{-5}{8}-\frac{7}{6}$, je dois chercher un multiple de 8 **et** de 6 comme dénominateur commun, par exemple **24**.

$$\frac{-5}{8}-\frac{7}{6}=\frac{-5\times3}{8\times3}-\frac{7\times4}{6\times4}=\frac{-15-28}{24}=\frac{-43}{24}$$

Je m'exerce

Exercices 1 et 5 p 40, 23 (d, e) et 24 (b, c, f) p 42 et 6 p 40.

Je retiens

III Multiplication

Règle : pour multiplier deux quotients de nombres relatifs en écriture fractionnaire

- on multiplie les numérateurs entre eux
- on multiplie les dénominateurs entre eux.

a, ***b*** (≠ 0), ***c*** et ***d*** (≠ 0) désignent quatre nombres relatifs : $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$

Exemple :

$$\frac{15}{-49}\times\frac{-7}{-10}=-\frac{15\times7}{49\times10}=-\frac{5\times3\times7\times1}{7\times7\times5\times2}=-\frac{3}{14}$$

on s'occupe d'abord du signe du résultat et on simplifie avant d'effectuer les multiplications

Cas particulier : ***a***, ***b*** et ***c*** (≠ 0) désignent trois nombres relatifs : $a\times\frac{b}{c}=\frac{a\times b}{c}$

Exemple : $5\times\frac{-3}{13}=\frac{5\times(-3)}{13}=-\frac{15}{13}$

Je m'exerce

Exercices 10 p 41, 28 (d,f), 29 (d,f) et 30 (b,d,e) p 42, 11 p 41 et 60 (A, B et C) p 44.

IV Inverse d'un nombre non nul

Activité 6A p 34.

Je retiens

Définition : deux nombres sont inverses si leur produit est égal à 1.

Exemples :

2 × 0,5 = 1 donc 2 et 0,5 sont inverses.

-100 × (-0,01) = 1 donc -100 et -0,01 sont inverses.

Remarques :

- 0 multiplié par un nombre ne peut pas être égal à 1, donc **0 n'a pas d'inverse**.
- Deux nombres inverses sont de même signe.

Propriété : x désigne un nombre relatif non nul. L'**inverse** de x est $\frac{1}{x}$.

Exemples :

L'inverse de 3 est $\frac{1}{3}$.

L'inverse de -5 est $\frac{1}{-5}=-\frac{1}{5}$.

Propriété : ***a*** et ***b*** désignent deux nombres relatifs non nuls. L'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$.

Exemples :

L'inverse de $\frac{3}{7}$ est $\frac{7}{3}$.

L'inverse de $\frac{-4}{1{,}3}$ est $\frac{1{,}3}{-4}=-\frac{1{,}3}{4}$.

Je m'exerce

Exercices 31 et 32 p 41.

V Division

Activité 6B p 34.

Je retiens

Propriété : diviser par un nombre (non nul), revient à multiplier par l'inverse de ce nombre.

a et ***b*** (≠ 0) désignent deux nombres relatifs : $a\div b=\frac{a}{b}=a\times\frac{1}{b}$.

Exemples :

$-3\div 2=-3\times\frac{1}{2}=-3\times 0{,}5=-1{,}5$.

$-7\div(-0{,}5)=-7\times\frac{1}{-0{,}5}=-7\times(-2)=14$.

Cas particulier :

a, ***b*** (≠ 0), ***c*** (≠ 0) et ***d*** (≠ 0) désignent quatre nombres relatifs : $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$

Exemples :

$$\frac{\frac{4}{7}}{\frac{9}{8}}=\frac{4}{7}\div\frac{9}{8}=\frac{4}{7}\times\frac{8}{9}=\frac{32}{63}\ .$$

$$\cdot\ \frac{\frac{4}{7}}{-8}=\frac{4}{7}\div(-8)=\frac{4}{7}\times\frac{1}{-8}=-\frac{4\times1\times1}{7\times4\times2}=-\frac{1}{14}$$

Je m'exerce

Exercices 16 et 19 p 41, 61 (A et B), 56 et 63 p 44.