Corrigé bac blanc

exo 1. partie A.

1) $\varphi(x) = (2-x)e^x - 1 = 2e^x - xe^x - 1$

$\lim\limits_{x \to -\infty} 2e^x = 0$

$\lim\limits_{x \to -\infty} xe^x = 0$ (th cc)

par somme $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -1$

$\lim\limits_{x \to +\infty} (2-x) = -\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$

par produit $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$.

2) φ est dérivable comme somme et produit d f° dérivables sur $\mathbb{R}$.
φ est dérivable donc continue sur $\mathbb{R}$.

$\varphi'(x) = -1 \times e^x + (2-x)e^x = e^x(-1+2-x) = e^x(1-x)$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$1-x$		$+$	0	$-$	
e^x		$+$		$+$	
$\varphi'(x)$		$+$	0	$-$	
φ	-1	$\nearrow$	$e-1$	$\searrow$	$-\infty$

$\varphi(-2) = 4e^{-2} - 1 \simeq -0{,}45$

$\varphi(0) = 1$

$\varphi(1) = e - 1$

$\varphi(2) = -1$

3) φ est continue, strictement $\nearrow$ sur $]-\infty; 1]$ à valeurs dans $]-1; e-1]$, $0 \in]-1; e-1]$
donc, d'après le Th. des VI, l'équat° $f(x) = 0$ admet une unique solut° α sur $]-\infty; 1]$.
De $\overline{m}$, $\varphi(x) = 0$ admet 1 unique solut° β sur $[1; +\infty[$

4) $-1{,}15 < \alpha < -1{,}14$ et $1{,}84 < \beta < 1{,}85$

3)

x	$-\infty$		α		β		$+\infty$
Signe de $\varphi(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

d'après les variat° de φ.

5) On sait q. $\varphi(\alpha) = 0 \iff (2-\alpha)e^\alpha - 1 = 0$

$$e^\alpha = \frac{1}{2-\alpha}$$