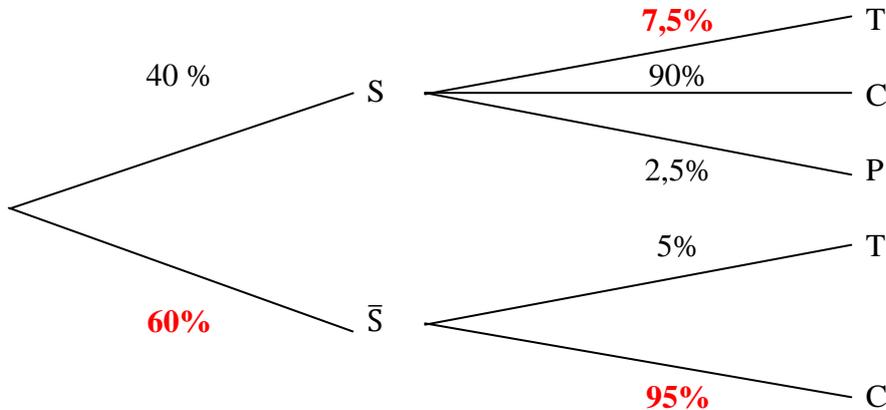


Objectifs : donner du sens à un diagramme et à un tableau à double entrée
savoir modéliser un problème et émettre une conjecture
savoir résoudre une équation « produit nul »

Exercice 1 : exercice n°69 p 164

1) Compléter l'arbre avec les pourcentages manquants.



2) Calculer à l'aide de cet arbre :

a) le pourcentage de flacons de shampoing pas assez remplis : $\frac{40}{100} \times \frac{2,5}{100} = 0,01$

Donc 1% des flacons sont des flacons de shampoing pas assez remplis.

b) le pourcentage de flacons de shampoing trop remplis : $\frac{40}{100} \times \frac{7,5}{100} = 0,03$

Donc 3% des flacons sont des flacons de shampoing trop remplis.

c) le pourcentage de flacons de gel douche trop remplis : $\frac{60}{100} \times \frac{5}{100} = 0,03$

Donc 3% des flacons sont des flacons de gel douche trop remplis.

3) Compléter le tableau de pourcentages suivants :

	Shampoing : S	Gel douche : \bar{S}	Total
Flacon trop rempli : T	$40 \times 7,5 / 100 = 3$	$60 \times 5 / 100 = 3$	$3 + 3 = 6$
Flacon correctement rempli : C	$40 \times 90 / 100 = 36$	$60 \times 95 / 100 = 57$	$36 + 57 = 93$
Flacon pas assez rempli : P	$40 \times 2,5 / 100 = 1$	0	$1 + 0 = 1$
Total	40	60	100

4) On choisit au hasard un flacon rempli par cette entreprise.

a) Quelle est la probabilité de choisir un flacon trop rempli ?

On calcule $p(T)$: $p(T) = \frac{6}{100} = 0,06$

b) Quelle est la probabilité que le flacon soit un flacon de gel douche et qu'il soit correctement rempli ?

On calcule $p(\bar{S} \cap C)$: $p(\bar{S} \cap C) = \frac{57}{100} = 0,57$

c) Est-il vrai qu'on a moins de 2% de chance de choisir un flacon qu'il ne soit pas assez rempli ?

On calcule $p(P)$: $p(P) = \frac{1}{100}$ donc $p(P) < 2\%$.

On a donc moins de 2% de chance de choisir un flacon qui ne soit pas assez rempli.

Exercice 2 :

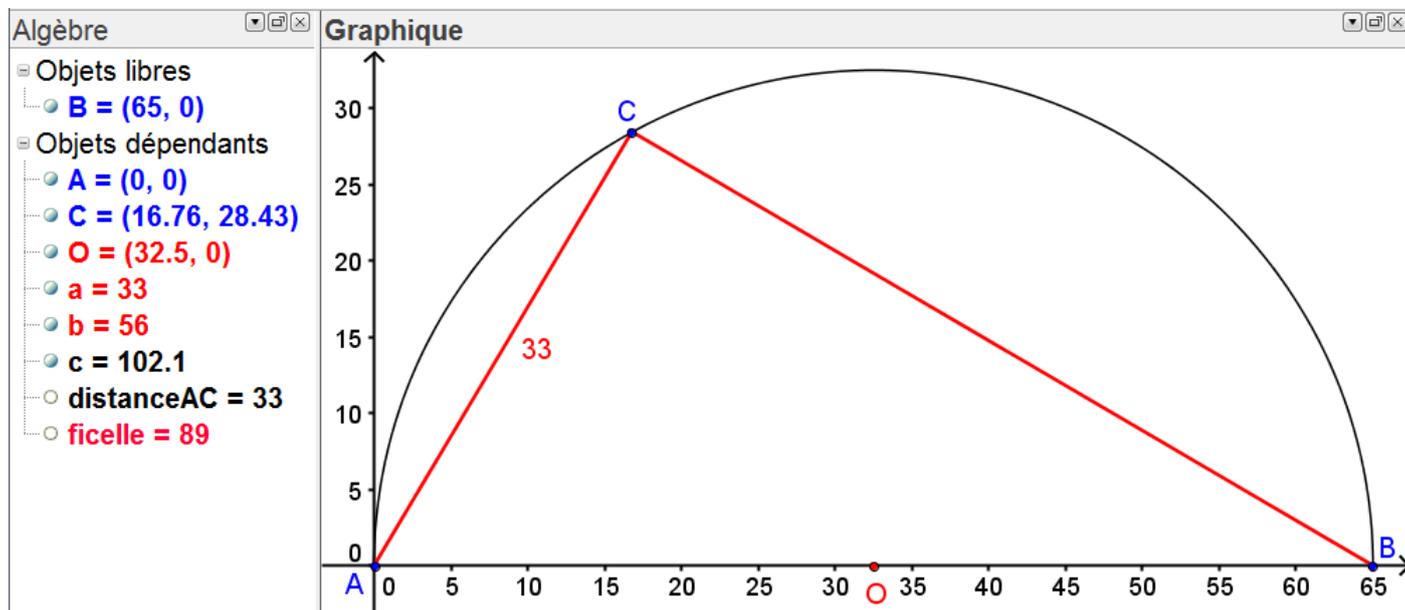
Une ficelle longue de 89 cm est fixée à ses extrémités par deux clous A et B distants de 65 cm.

Problème

Est-il possible de tendre la ficelle de manière à ce que le triangle ABC soit rectangle en C?

1) A l'aide du logiciel Geogebra, émettre une conjecture au problème posé.

Pour que le triangle ABC soit rectangle en C, il faut que le point C soit sur le cercle de diamètre [AB].



Lorsque $AC = 33$, la longueur $AC + BC$ est égale à 89. Il semble donc qu'il y ait au moins une solution au problème posé.

2) Démontrer la conjecture faite précédemment. Pour cela, on pose $x = AC$.

a) Exprimer l'équation (E) relative au problème.

La longueur de la ficelle est de 89 cm donc $BC = 89 - AC = 89 - x$.

Dans le triangle ABC rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore :

$$AC^2 + BC^2 = AB^2$$

$$x^2 + (89 - x)^2 = 65^2$$

$$x^2 + (89^2 + x^2 - 2 \times x \times 89) = 4225$$

$$2x^2 - 178x + 7921 = 4225$$

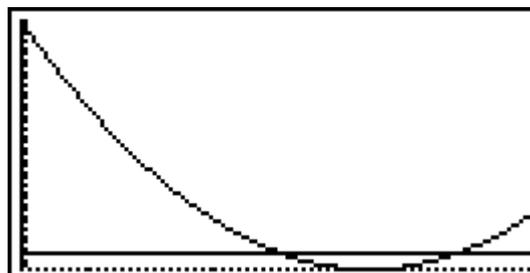
L'équation $2x^2 - 178x + 7921 = 4225$ est l'équation (E) relative au problème.

- b) ● Visualiser avec la calculatrice deux courbes afin de résoudre graphiquement cette équation.
- Préciser la fenêtre d'affichage utilisée.
 - Faire un dessin à main levée de ce qui est visualisé à l'écran.
 - Conjecturer les valeurs de x_1 et x_2 les solutions de cette équation. Donner la démarche effectuée.

On trace les courbes représentatives respectives des fonctions : f et g, telles que :

$$f(x) = 2x^2 - 178x + 7921 \quad \text{et} \quad g(x) = 4225$$

**Fenêtre d'affichage : $X_{\min} = 0$;
 $X_{\max} = 65$
puis zoom auto**

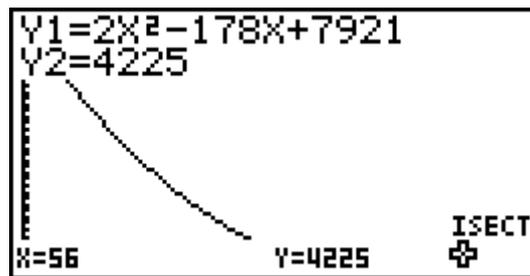
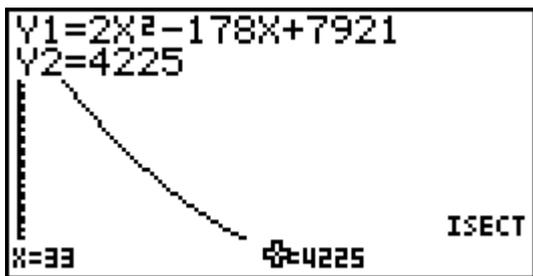


On utilise ensuite le solveur graphique : G-SOLV ; ISCT

$$x_1 = 33$$

et

$$x_2 = 56$$



Les solutions de (E) semble donc être $x_1 = 33$ et $x_2 = 56$.

c) Montrer que résoudre (E) équivaut à résoudre l'équation : $(x - x_1)(x - x_2) = 0$ avec une condition sur x que l'on précisera.

$$\begin{aligned} 2x^2 - 178x + 7921 &= 4225 \\ 2x^2 - 178x + 7921 - 4225 &= 0 \\ 2x^2 - 178x + 3696 &= 0 \\ x^2 - 89x + 1848 &= 0 \end{aligned}$$

Résoudre l'équation (E) équivaut à résoudre l'équation : $x^2 - 89x + 1848 = 0$

$$\begin{aligned} (x - x_1)(x - x_2) &= (x - 33)(x - 56) \\ &= x^2 - 56x - 33x + 33 \times 56 \\ &= x^2 - 89x + 1848 \end{aligned}$$

Résoudre l'équation $(x - x_1)(x - x_2) = 0$ équivaut donc à résoudre : $x^2 - 89x + 1848 = 0$

Conclusion : résoudre l'équation (E) équivaut à résoudre l'équation $(x - 33)(x - 56) = 0$

d) Conclure.

On résout l'équation : $(x - 33)(x - 56) = 0$

« Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins des facteurs est nul. »

$$\begin{aligned} x - 33 = 0 &\quad \text{ou} \quad x - 56 = 0 \\ x = 33 &\quad \text{ou} \quad x = 56 \end{aligned}$$

Il est donc possible de tendre la ficelle de manière à ce que le triangle ABC soit rectangle.

1^{ère} solution : Il faut placer le point C sur le cercle de diamètre [AB], tel que $AC = 33$.

2^{ème} solution : Il faut placer le point C sur le cercle de diamètre [AB], tel que $AC = 56$.

