2nde _ _	**<u>Eléments de correction du DNS 2 du 26 Septembre 2013</u>**

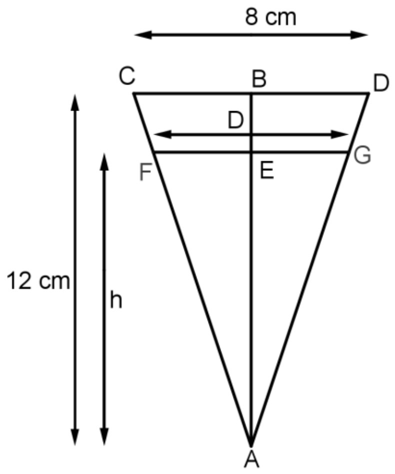
<u>Objectifs :</u> *Savoir mathématiser un énoncé*
Savoir tracer la courbe représentative d'une fonction
Savoir faire une lecture graphique

Un verre à moitié plein *(tiré du livre Seconde Math'x)*

Un verre a une forme conique. Sa hauteur est 12 cm et le diamètre de son ouverture est 8 cm.

On note V la fonction qui a la hauteur de liquide versé dans le verre, h (en cm), associe le volume de liquide versé (en cm^3).

1. *<u>Soit D le diamètre du disque représentant la surface du liquide, montrer que</u> D* $= \dfrac{2h}{3}$.



Dans les triangles ABC et AEF,

- **Les droites (BC) et (EF) sont parallèles**
- **Les points A, E et B sont alignés et distincts deux à deux.**
- **Les points A, F et C sont alignés et distincts deux à deux.**

Donc, d'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{AE}{AB} = \frac{EF}{BC} \left(= \frac{AF}{AC} \right)$$

d'où $\dfrac{h}{12} = \dfrac{\frac{D}{2}}{\frac{8}{2}}$ **d'où** $\dfrac{h}{12} = \dfrac{D}{2} \times \dfrac{2}{8}$

$\dfrac{h}{12} = \dfrac{D}{8}$ **donc** $D = \dfrac{8h}{12} = \dfrac{2h}{3}$.

Autre méthode :

Le cône formé par le liquide dans le verre, de diamètre D, est une réduction du cône de révolution formé par le verre, de diamètre 8 cm et de hauteur 12 cm.
La hauteur de liquide dans le verre, en cm, étant *h*, on sait que le rapport de réduction est :

$k = \dfrac{h}{12} = \dfrac{D}{8}$ **donc** $D = \dfrac{8h}{12} = \dfrac{2h}{3}$.

2. *<u>Démontrer que</u> V(h)* $= \dfrac{\pi}{27} h^3$.

$V(h) = \dfrac{1}{3} \times$ **(Aire du disque de centre E et de rayon EF) × hauteur du liquide**

$$V(h) = \frac{1}{3} \times \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 \times h$$

$$V(h) = \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{\frac{2h}{3}}{2}\right)^2 \times h$$

$$V(h) = \frac{\pi}{3} \times \left(\frac{2h}{6}\right)^2 \times h$$

$$V(h) = \frac{\pi}{3} \times \frac{4h^2}{36} \times h$$

$$V(h) = \frac{\pi}{3} \times \frac{h^2}{9} \times h$$

$$V(h) = \frac{\pi}{27} h^3$$

3. *Tracer une courbe qui permet de lire le volume de liquide dans le verre en fonction de la hauteur de liquide versé.*

On fait un tableau de valeurs (on a indiqué les valeurs arrondies à 10^{-2} de V(h)) en utilisant

$$\mathbf{V}(h) = \frac{\pi}{27} h^3 \quad \text{pour } h \text{ appartenant à } [\ 0\ ;\ 12\ ]$$

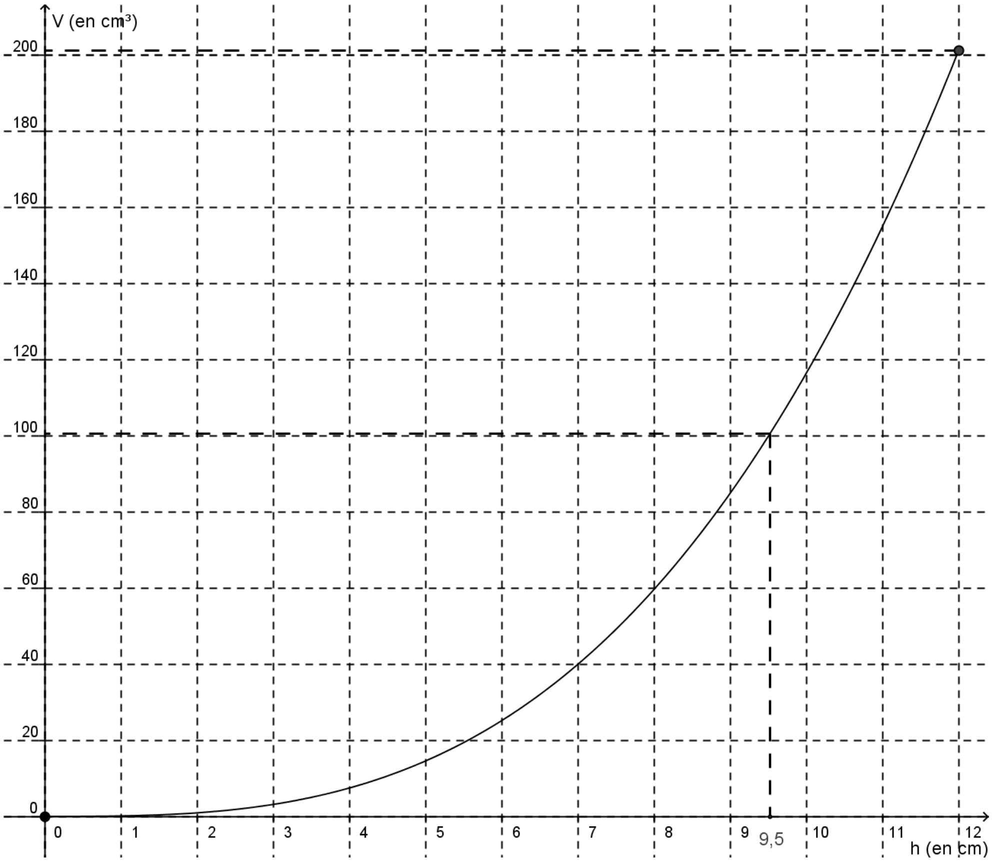
puis on place les points dans un repère dont on connaît ainsi les coordonnées

h	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
V(h)	0	0,12	0,93	3,14	7,45	14,54	25,13	39,91	59,57	84,82	116,36	154,87	201,06

Le volume $\boxed{\text{est fonction de}}$ la hauteur

sur l'axe des ordonnées

sur l'axe des abscisses



4. *Par lecture graphique, déterminer jusqu'à quelle hauteur il faut remplir ce verre pour qu'il soit à moitié plein (en volume).*

Le volume maximum est : $\mathbf{V(12)} = \frac{\pi}{27} \times 12^3 \approx 201{,}06$

Donc $\frac{V(12)}{2} \approx 100{,}53$ **On recherche graphiquement l'antécédent de** $\frac{V(12)}{2}$.

On trouve environ 9,5.

Il faut remplir le verre de 9,5 cm, environ, en hauteur de liquide pour qu'il soit à moitié plein en volume.

A la pêche ! *(tiré du livre Bordas 2nde)*

Dans une pisciculture, on élève deux sortes de truites pour la consommation : des blanches et des saumonées.
Il y a deux bassins, A et B, dans lesquels un employé doit pêcher les truites demandées par un client qui préfère les truites blanches.

- Dans le bassin A, il y a 60 truites blanches et 100 truites saumonées.
- Dans le bassin B, il y a 80 truites blanches et 160 truites saumonées.

Le client n'en veut qu'une et l'employé ne peut reconnaître le type d'une truite qu'après l'avoir attrapée.
Dans quel bassin vaut-il mieux qu'il pêche pour avoir le plus de chances d'avoir une truite blanche du premier coup ? Vous justifierez votre réponse.

Soit A l'évènement : « l'employé pêche une truite blanche dans le bassin A »
et B l'évènement : « l'employé pêche une truite blanche dans le bassin B »

$$P(A) = \frac{\text{nombre de truites blanches dans le bassin A}}{\text{nombre total de truites dans le bassin A}}$$

$$P(A) = \frac{60}{160}$$

$$P(A) = \frac{3}{8} = 0{,}375$$

$$P(B) = \frac{\text{nombre de truites blanches dans le bassin B}}{\text{nombre total de truites dans le bassin B}}$$

$$P(B) = \frac{80}{240}$$

$$P(B) = \frac{1}{3} \simeq 0{,}333$$

P(A) > P(B) donc il vaut mieux que l'employé pêche dans le bassin A.