TES/Spé TL	**Éléments de correction du D.N.S. n°4 pour le Lundi 7 Octobre 2013**

<u>*Objectifs :*</u> *Reconnaître un schéma de Bernoulli et utiliser une loi binomiale.*
Donner du sens à une représentation graphique de f '.

Probabilités et football !

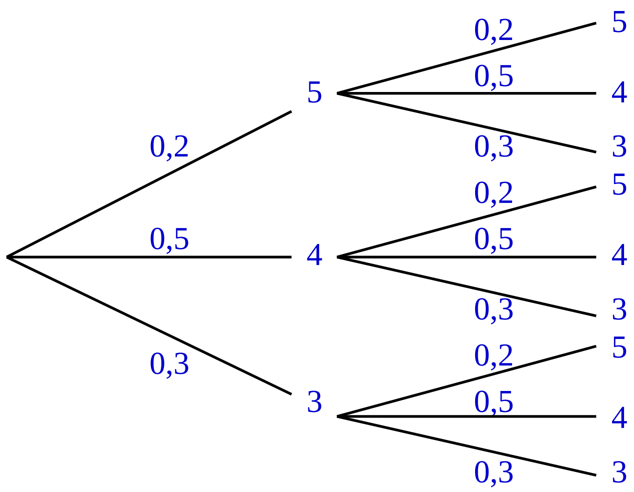
Un entraîneur d'une équipe de football a étudié les statistiques de tir au but (penalty) de ses joueurs.
Il a alors remarqué que, sur une série de cinq tirs au but, un joueur pris au hasard dans son équipe marque :

- 5 buts avec une probabilité de 0,2
- 4 buts avec une probabilité de 0,5
- 3 buts avec une probabilité de 0,3.

Chaque joueur, à l'entraînement, tire 2 séries de 5 ballons.
On admet que les résultats d'un joueur à chacune des 2 séries sont indépendants.

Soit X la variable aléatoire égale au nombre de tirs aux buts réussis par un joueur au cours d'un entraînement.

1. a) Calculer la probabilité, pour un joueur pris au hasard, de réussir tous ses tirs au but lors d'un entraînement.



On traduit les données de l'énoncé à l'aide d'un arbre.

p(X = 10) = 0,2 × 0,2 = 0,04

b) Préciser les valeurs possibles pour X et établir sa loi de probabilité.

X ∈ {6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10}

p(X = 6) = $0,3^2$ = 0,09

p(X = 7) = 2 × 0,3 × 0,5 = 0,3

p(X = 8) = 2 × 0,2 × 0,3 + 0,5 × 0,5 = 0,12 + 0,25 = 0,37

p(X = 9) = 2 × 0,2 × 0,5 = 0,2

On obtient donc la loi de probabilité de X :

x_i	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
p_i	**0,09**	**0,3**	**0,37**	**0,2**	**0,04**

c) Calculer l'espérance de X.

E (X) = 6 × 0,9 + 7 × 0,3 + 8 × 0,37 + 9 × 0,2 + 10 × 0,04

E (X) = 7,8

2. L'entraineur considère que le joueur a réussi l'épreuve des tirs au but lorsque X ≥ 8.
Montrer que la probabilité pour un joueur de réussir cette épreuve lors d'un entraînement est égale à 0,61.

p(X ≥ 8) = p(X = 8) + p(X = 9) + p(X = 10) = 0,37 + 0,2 + 0,04

p(X ≥ 8) = 0,61

3. Chaque joueur participe à 10 séances d'entraînement. On admet que les épreuves de tirs au but sont indépendantes les unes des autres.

   On appelle Y la variable aléatoire égale au nombre de succès d'un joueur à l'épreuve des tirs au but au cours des ces 10 entraînements, c'est à dire le nombre de fois où il a marqué au moins 8 buts.
   Si au cours d'une séance d'entrainement, il ne marque pas au moins 8 buts, on dit qu'il a eu un échec.
   Les résultats seront donnés par défaut, avec 3 chiffres après la virgule.

   Chaque séance d'entrainement est une épreuve de Bernouilli de paramètre $p = \mathrm{p}(X \geq 8) = 0{,}61$.
   On répète 10 fois de manière indépendante ces séances, donc on obtient un schéma de Bernouilli et le nombre de succès d'un joueur suit la loi binomiale de paramètres 10 et 0,61.

   Calculer pour un joueur :
   a) la probabilité de n'avoir aucun échec lors des 10 séances.
      $\mathbf{p\ (Y = 10)} = p^{10} = 0{,}61^{10} \approx \mathbf{0{,}007}$ **par défaut**
   b) la probabilité d'avoir exactement 6 succès.
      $\mathbf{p\ (Y = 6)} = \binom{10}{6} p^6 (1-p)^4 = 210 \times 0{,}61^6 \times 0{,}39^4 \approx \mathbf{0{,}250}$ **par défaut**
   c) la probabilité d'avoir au moins 1 succès.
      $\mathbf{p\ (Y \geq 1)} = 1 - \mathrm{p}\ (Y = 0) = 1 - (1-p)^{10} = 1 - 0{,}39^{10} \approx \mathbf{0{,}999}$ **par défaut**

4. Calculer le nombre minimal d'entraînements auxquels doit participer un joueur pour que la probabilité d'avoir au moins un succès soit supérieure à 0,99.

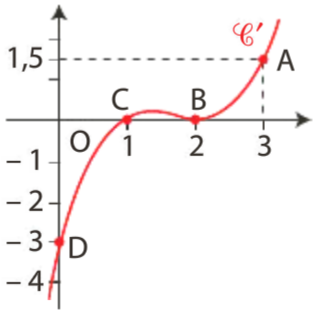
   Soit n le nombre d'entrainements auxquels doit participer un joueur pour que la probabilité d'avoir au moins un succès soit supérieure à 0,99. On a :
   $\mathrm{p}\ (Y \geq 1) > 0{,}99 \quad \Leftrightarrow \quad 1 - 0{,}39^n > 0{,}99$

   A l'aide de la calculatrice, on obtient : $1 - 0{,}39^4 \approx 0{,}9768$ et $1 - 0{,}39^5 \approx 0{,}9909$

   Donc le joueur doit participer à au moins 5 entrainements pour que la probabilité d'avoir au moins un succès soit supérieure à 0,99.

Déductions à partir de la représentation graphique de la fonction dérivée !

Livre p 74 n° 36



f est une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$. On a tracé ci-contre, dans un repère orthogonal, la courbe représentative $\mathscr{C}'$ de sa fonction dérivée f'.

a) Quelles informations sur la courbe représentative de f peut-on déduire des points A, B, C et D ?

$\mathscr{C}'$ passe par D(0 ; –3), C(1 ; 0), B(2 ; 0) et A(3 ; 1,5).

Donc $f'(0) = -3$, $f'(1) = 0$, $f'(2) = 0$ et $f'(3) = 1{,}5$.

Donc la courbe représentative de f admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses aux points d'abscisses 1 et 2, une tangente de coefficient directeur –3 au point d'abscisse 0, une tangente de coefficient directeur 1,5 au point d'abscisse 3.

b) Tracer une allure possible de la courbe représentative de f.

On peut préciser que f' est négative sur $]-\infty\ ; 1]$ et positive sur $[1\ ; +\infty[$, donc f est décroissante sur $]-\infty\ ; 1]$ et croissante sur $[1\ ; +\infty[$.

Courbe représentative de f possible :