

**Éléments de correction du D.S n°1 du Vendredi 11 Octobre 2013**

Durée : 1 h 15

Calculatrice autorisée - Aucun autre document n'est autorisé

Le barème est noté, à titre indicatif, sur 30 pts.

Vous apporterez un grand soin à la présentation et à la rédaction de votre copie. Bon courage.

**Partie 1 : Matrices( 17 points )**

**Exercice 1 : ( 2 points)**

La matrice ci–contre représente les longueurs des sauts, en mètres, réalisés par 4 concurrents, nommés A,B, C et D s'affrontant au triple saut lors de trois essais dans une compétition.

$$\begin{pmatrix} 17,71 & 17,08 & 17,58 & 17,69 \\ 17,65 & 17,57 & 17,72 & 17,65 \\ 17,82 & 17,48 & 17,61 & 17,74 \end{pmatrix}$$

Préciser la dimension de cette matrice : **elle est de dimension 3x4**

Préciser la signification d'une colonne : **elle donne les longueurs des sauts du concurrent concerné**

Quelle est la longueur du saut réalisé par le concurrent C au 2<sup>nd</sup> essai ? **17,72 mètres**

Quelle information donne le plus grand coefficient figurant dans une ligne ? **la plus grande longueur de saut durant l'essai réalisé, correspondant à cette ligne donc le concurrent gagnant lors de l'essai correspondant.**

**Exercice 2 : ( 4 points)**

Trois libraires ont en stock trois œuvres philosophiques étudiées au lycée : la « *république* » de Platon, livre A, la « *critique de la raison pure* » de Kant : livre B et les « *pensées* » de Pascal : livre C.

Leur stock fin mai est indiqué par la matrice ci–contre :  $\begin{pmatrix} 10 & 12 & 14 \\ 2 & 1 & 7 \\ 3 & 9 & 6 \end{pmatrix}$

où les coefficients de la première ligne signifient qu'il y a respectivement chez le libraire 1,10 livres A, 12 livres B et 14 livres C.

Les tableaux ci–dessous indiquent, respectivement, l'unique réapprovisionnement qui a eu lieu le 15 Juin et les ventes réalisées de Mai à fin Septembre.

réapprovisionnement	Livre A	Livre B	Livre C
Libraire 1	170	140	220
Libraire 2	60	50	60
Libraire 3	20	30	20

ventes	Livre A	Livre B	Livre C
Libraire 1	175	151	192
Libraire 2	57	50	65
Libraire 3	12	38	26

Utiliser un calcul matriciel pour faire l'état du stock de chaque libraire fin Septembre. Préciser puis réaliser ce calcul.

Soient les matrices :

$$S = \begin{pmatrix} 10 & 12 & 14 \\ 2 & 1 & 7 \\ 3 & 9 & 6 \end{pmatrix} \quad R = \begin{pmatrix} 170 & 140 & 220 \\ 60 & 50 & 60 \\ 20 & 30 & 20 \end{pmatrix} \quad V = \begin{pmatrix} 175 & 151 & 192 \\ 57 & 50 & 65 \\ 12 & 38 & 26 \end{pmatrix}$$

Pour trouver l'état du stock fin Septembre, on calcule  $S + R - V$

$$S + R - V = \begin{pmatrix} 10 + 170 - 175 & 12 + 140 - 151 & 14 + 220 - 192 \\ 2 + 60 - 57 & 1 + 50 - 50 & 7 + 60 - 65 \\ 3 + 20 - 12 & 9 + 30 - 38 & 6 + 20 - 26 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 22 \\ 5 & 1 & 2 \\ 11 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

### **Exercice 3 : ( 3 points)**

Soit une matrice V donnant les prix de vente de trois produits :  $V = ( 125 \ 312 \ 245 )$

Il est décidé de :

- augmenter le prix du premier produit de 4%
- diminuer le prix du second de 2%
- ne pas augmenter ni diminuer le prix du troisième produit.

Déterminer une matrice carrée M telle que la nouvelle matrice des prix de vente de ces trois produits soit égale au produit  $V \times M$ .

$$M = \begin{pmatrix} 1,04 & 0 & 0 \\ 0 & 0,98 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Non demandé par l'énoncé :

On a donc la matrice des nouveaux prix qui est égal à  $V \times M$

$$V \times M = ( 125 \ 312 \ 245 ) \times \begin{pmatrix} 1,04 & 0 & 0 \\ 0 & 0,98 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$V \times M = ( 125 * 1,04 + 312 * 0 + 245 * 0 \quad 312 * 0 + 312 * 0,98 + 245 * 0 \quad 245 * 0 + 312 * 0 + 245 * 1 )$$

$$V \times M = ( 130 \ 305,76 \ 245 )$$

### **Exercice 4 :( 8 points)**

Une entreprise doit équiper 5 salles en bureau, armoire, éclairage et chaise.

	Bureau	Armoire	Eclairage	Chaise
Salle 1	2	4	4	6
Salle 2	1	1	1	1
Salle 3	1	5	3	2
Salle 4	3	5	5	6
Salle 5	2	6	4	5

Le service comptable a relevé les prix unitaires, en euros, dans deux magasins d'ameublement spécialisés : OFFI et BURO.

	Bureau	Armoire	Eclairage	Chaise
OFFI	129	56	55	27,50
BURO	132	61	48	26,50

- a) Ecrire la matrice des quantités et la matrice des prix qui permettent de calculer un produit. Préciser dans votre rédaction la propriété que vous avez utilisée.

$$\text{La matrice des quantités : } Q = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 4 & 6 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 5 & 3 & 2 \\ 3 & 5 & 5 & 6 \\ 2 & 6 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

**Pour pouvoir faire le produit  $Q \times P$ , il faut que le nombre de colonnes de Q soit égal au nombre de lignes de P**

$$\text{d'où la matrice des prix : } P = \begin{pmatrix} 129 & 132 \\ 56 & 61 \\ 55 & 48 \\ 27,50 & 26,50 \end{pmatrix}$$

b) Effectuer avec la calculatrice ce produit et interpréter les coefficients de la matrice obtenue.

$$Q \times P = \begin{pmatrix} 867 & 859 \\ 267,5 & 267,5 \\ 629 & 634 \\ 1107 & 1100 \\ 951,5 & 954,5 \end{pmatrix}$$

Les coefficients de la première colonne indique le prix à payer dans le magasin OFFI respectivement pour l'équipement de la salle 1, puis salle 2, puis salle 3, puis salle 4 et enfin salle 5

Les coefficients de la seconde colonne indique le prix à payer dans le magasin BURO respectivement pour l'équipement de la salle 1, puis salle 2, puis salle 3, puis salle 4 et enfin salle 5

c) Calculer ensuite le montant total des achats dans les magasins OFFI et BURO.  
Quel est le magasin le plus avantageux ?

**le montant total des achats dans le magasins OFFI est 3822 €**

$$867 + 267,5 + 629 + 1107 + 951,5 = 3822$$

**le montant total des achats dans le magasin BURO est 3815 €**

$$859 + 267,5 + 634 + 1100 + 954,5 = 3815$$

**Le magasin le plus avantageux est donc OFFI**

## **Partie 2 : Graphes( 13 points )**

### **Connaissances :** ( 3 points)

Voici un graphe dessiné ci-contre.

1. Compléter avec le vocabulaire approprié

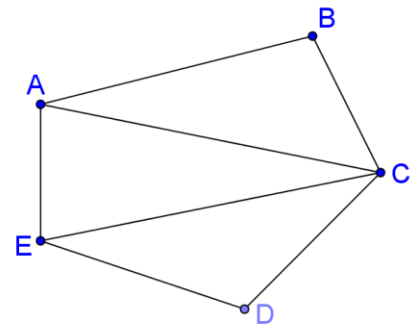
A et B sont reliés **par une arête.**

On dit que ces deux sommets sont **adjacents**

2. Quel est l'ordre de ce graphe ? il est **d'ordre 5** (car 5 sommets)

Quel est le degré du sommet A ? il est **de degré 3**

Ce graphe est-il complet ? Pourquoi ? **Non car, par exemple, les sommets B et D ne sont pas adjacents**



### **Exercice :**( 7 points) *Les questions suivantes sont indépendantes*

a) Quel est le nombre d'arêtes d'un graphe complet d'ordre 15 ?

Comme le graphe est complet d'ordre 15. Chaque sommet de ce graphe est relié à tous els autres sommets donc chaque sommet du graphe est de degré 14.

La somme totale des degrés de tous les sommets de ce graphe non orienté est donc égale à  $15 \times 14$ .

Et on sait qu'elle est égale au double du nombre d'arêtes

**Ce graphe comporte donc  $\frac{15 \times 14}{2}$  arêtes soit 105 arêtes**

b) Sept personnes se retrouvent pour un dîner. Certaines d'entre elles qui se sont déjà vues dans la journée, ne se serrent pas la main. Quatre personnes ont serré trois mains, deux en ont serré une.

- La septième personne peut-elle n'avoir serré qu'une seule main ? Justifier.

Si cette situation existe, cela signifie que l'on peut parler d'un graphe qui a 4 sommets de degré 3, deux sommets de degré 1 et le septième sommet également de degré 1/ :

Sommets	A	B	C	D	E	F	G
Degrés	3	3	3	3	1	1	1

La somme totale des degrés de tous les sommets de ce graphe serait donc égale à :

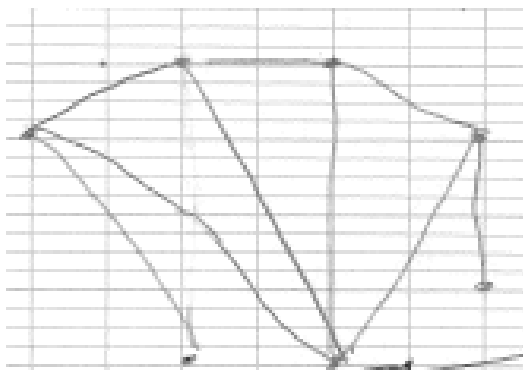
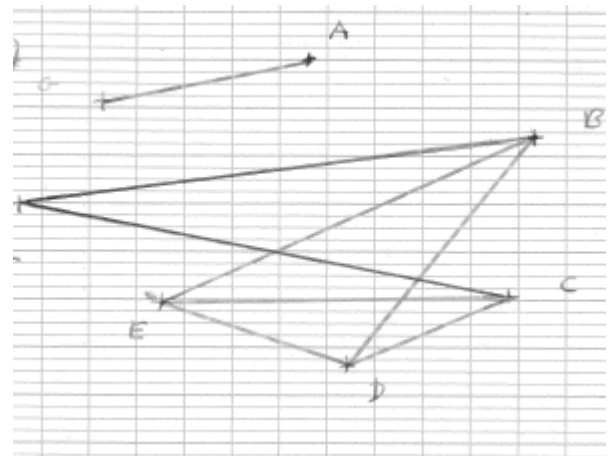
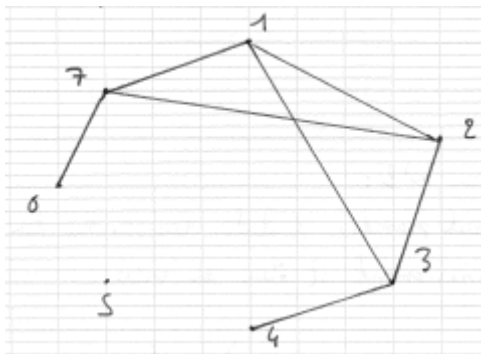
$$4 \times 3 + 3 \times 1 \text{ soit } 15$$

Par théorème : cette somme doit être égale au double du nombre d'arêtes donc elle doit être un nombre pair

Comme 15 est impair, on peut affirmer qu'un tel graphe n'existe pas donc **la septième personne ne peut pas n'avoir serré qu'une seule main.**

- Tracer un graphe qui correspond à votre réponse.

Voici plusieurs graphes trouvés sur vos copies



**Situation à mathématiser par un graphe :( 3pts )**

Dans un supermarché, quatre postes sont vacants : cariste ( C ), agent d'accueil(A), hôte de caisse (H) et préparateur de commandes(P).

Baptiste ( B ), Gustave (G), Simon (S) et Théodore (T) se présentent à la direction de ce supermarché.

Baptiste souhaite être cariste ou préparateur de commandes.

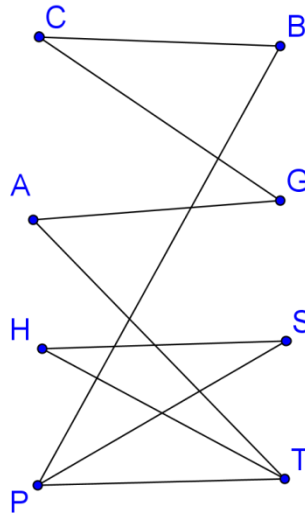
Gustave souhaite être cariste ou agent d'accueil.

Simon souhaite être préparateur de commande ou hôte de caisse.

Théodore ne veut juste pas être cariste.

Représenter cette situation par un graphe.

Représenter cette situation par un graphe.



**BONUS** : Proposer ensuite une répartition des postes en expliquant votre méthode. N'y a-t-il qu'une seule répartition possible ? Préciser.

Si le poste C est occupé par B

Si le poste C est occupé par G

