

Devoir sur Table n°1 – jeudi 20 octobre 2011**(2 heures)****Exercice 1 : 5 points****Partie A : Restitution Organisée des Connaissances :**Prérequis : La fonction exponentielle est la fonction définie sur \mathbb{R} par $x \mapsto e^x$ et :

$$\forall a \in \mathbb{R}, \forall b \in \mathbb{R} : e^{a+b} = e^a \times e^b$$

1°) a) Démontrer que : $\forall x \in \mathbb{R}, e^x = \left(e^{\frac{x}{2}} \right)^2$.

b) Démontrer que : $\forall x \in \mathbb{R}, e^x \neq 0$ (on utilisera le fait que $x + (-x) = 0$)

c) En déduire que : $\forall x \in \mathbb{R}, e^x > 0$.

2°) Démontrer que $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R} : \frac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$

Partie B :

1°) Démontrer que : $\forall x \in \mathbb{R} : e^{x+2} \times e^{-x+2} = e^4$

2°) Démontrer que : $\forall x \in \mathbb{R} : \frac{e^x - 1}{e^x + 1} + \frac{e^{-x} - 1}{e^{-x} + 1} = 0$

Exercice 2 : 3 points**Restitution Organisée des Connaissances :**Prérequis : la fonction logarithme népérien \ln est la fonction définie sur $]0; +\infty[$ telle que :

$$\ln'(x) = \frac{1}{x} \text{ et } \ln 1 = 0$$

1°) Démontrer que : $\forall a > 0, \forall x > 0 : \ln(a \times x) = \ln a + \ln x$.

2°) En déduire que : $\forall x > 0 : \ln\left(\frac{1}{x}\right) = -\ln x$.

Exercice 3 : 3 points

Pour chaque affirmation proposée, cocher la case V (vraie) ou F (faux). On ne demande pas de justification :

		V	F
Affirmation 1	Pour tous les réels a et $b : (e^a)^b = e^{ab}$		
Affirmation 2	Pour tous les réels a et $b : e^{a-b} = \frac{e^a}{e^b}$		
Affirmation 3	Pour tous les réels a et $b : e^a + e^b = e^{ab}$		
Affirmation 4	Pour tout réel $x : (e^{1-x})' = e^{1-x}$		

Exercice 4 : 2 points

Les affirmations suivantes sont-elles exactes ? Justifier la réponse.

Soit $z = 3 - \frac{5}{2}i$.

1°) La partie imaginaire de z est $\frac{5}{2}i$.

2°) Le conjugué de z est $\bar{z} = 3 + \frac{5}{2}i$.

3°) z est représenté dans le plan par le point $M(3; -2,5)$.

4°) $z = 4 + i\left(i - \frac{5}{2}\right)$.

Exercice 5 : 3 points

Partie A : Restitution Organisée des Connaissances :

Prérequis : $\forall z \in \mathbb{C}^*, \forall z' \in \mathbb{C}^* : \arg(z \times z') = \arg(z) + \arg(z')$

Démontrer par récurrence que : $\forall n \geq 1, \arg(z^n) = n \arg(z)$

Partie B : Application :

On considère $z = \frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2}$.

1°) Déterminer le module et un argument de z .

2°) Déterminer un argument de z^{2011} .

3°) En déduire la forme algébrique de z^{2011} .

Exercice 6 : 4 points

On propose à un candidat au baccalauréat un exercice qui comporte trois questions auxquelles il doit répondre par vrai ou faux.

Une bonne réponse rapporte 2 points, une mauvaise réponse enlève 1 point et l'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.

Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0.

On appelle :

A l'évènement « le candidat n'a pas répondu à la question »

B l'évènement « le candidat a donné la bonne réponse à la question »

C l'évènement « le candidat a donné la mauvaise réponse à la question »

Si, par exemple, le candidat a donné les bonnes réponses aux deux premières questions et la mauvaise réponse à la troisième question, le résultat sera noté (B, B, C) .

Un candidat qui ne sait répondre à aucune question hésite entre deux stratégies.

I. Première stratégie :

Le candidat répond au hasard de façon équiprobable aux trois questions.

- 1°)
 - a) Combien de triplets différents peut-on obtenir ? On pourra s'aider d'un arbre.
 - b) Calculer la probabilité que le candidat n'ait fait aucune faute.
 - c) Montrer que la probabilité que le candidat ait fait une faute et une seule est égale à 0,375.
- 2°) On note X la variable aléatoire qui à chaque triplet associe la note obtenue à l'exercice.
 - a) Déterminer les valeurs prises par X .
 - b) Donner, sous forme de tableau, la loi de probabilité de la variable aléatoire X .
 - c) Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X .

II. Deuxième stratégie :

Le candidat choisit de ne pas répondre à la première question et répond au hasard de façon équiprobable aux deux autres questions.

- 1°) Combien de triplets différents peut-on obtenir ?
- 2°) On note Y la variable aléatoire qui à chaque triplet associe la note obtenue à l'exercice.
 - a) Déterminer les valeurs prises par Y .
 - b) Donner, sous forme de tableau, la loi de probabilité de la variable aléatoire Y .
 - c) Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire Y .

III. Comparaison des deux stratégies :

Parmi les deux stratégies envisagées par le candidat, laquelle lui est la plus favorable ?