

Interrogation écrite n°1**Jeudi 6 octobre 2011****Durée : 1 heure***L'usage de la calculatrice est autorisé.**Il est rappelé aux candidats que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.***EXERCICE 1 : 6,5 points****1°) Restitution Organisée de Connaissances.**

On suppose connu le résultat suivant :

La fonction $x \mapsto e^x$ est l'unique fonction φ dérivable sur \mathbb{R} telle que $\varphi' = \varphi$ (où φ' est la fonction dérivée de φ) et $\varphi(0) = 1$.

Soit a un nombre réel donné.

a) Montrer que la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = e^{ax}$ est solution de l'équation différentielle $y' = ay$, où y est une fonction dérivable sur \mathbb{R} et y' sa fonction dérivée.

b) Soit g une solution de l'équation différentielle $y' = ay$. On note h la fonction définie sur \mathbb{R} par $h(x) = g(x)e^{-ax}$. Montrer que h est une fonction constante.

c) En déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle $y' = ay$.

2°) Soit (E) l'équation différentielle $y' + y = 0$, où y est une fonction définie et dérivable sur \mathbb{R} et y' sa fonction dérivée.

a) Résoudre l'équation (E) .

b) Déterminer la solution f de (E) telle que $f(0) = 1$.

EXERCICE 2 : 3,5 points

On considère les nombres complexes $z_1 = -1 - i$ et $z_2 = -2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$

1°) Donner la forme algébrique de :

a) $z_1 \times z_2$ b) $\frac{z_2}{z_1}$

2°) Ecrire z_1 et z_2 sous forme trigonométrique.