Équation de cercle :

Propriété : Une équation du cercle de centre $A(x_A;y_A)$ et de rayon *r* est : $(x-x_A)^2+(y-y_A)^2=r^2$

Démonstration :
Tout point $M(x;y)$ appartient au cercle de centre $A(x_A;y_A)$ et de rayon *r* si et seulement $AM^2=r^2$.

Méthode : Déterminer une équation d'un cercle

Vidéo **https://youtu.be/Nr4Fcr-GhXM**

Dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ du plan, on considère le cercle *C* de centre $A(4;-1)$ et passant par le point $B(3;5)$. Déterminer une équation du cercle *C*.

Solution :
Commençons par déterminer le carré du rayon du cercle *C* : $r^2=AB^2=(3-4)^2+(5-(-1))^2=37$
Une équation cartésienne du cercle *C* est alors : $(x-4)^2+(y+1)^2=37$.

Méthode : Déterminer les caractéristiques d'un cercle

Vidéo **https://youtu.be/nNidpOAhLE8**

Dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$ du plan, on considère l'ensemble Γ d'équation :
$x^2+y^2-2x-10y+17=0$.
Démontrer que l'ensemble Γ est un cercle dont on déterminera les caractéristiques (centre, rayon).

Solution :

$$x^2+y^2-2x-10y+17=0$$
$$(x^2-2x)+(y^2-10y)+17=0$$
$$(x-1)^2-1+(y-5)^2-25+17=0$$
$$(x-1)^2+(y-5)^2=9$$

L'ensemble Γ est le cercle de centre le point de coordonnées (1 ; 5) et de rayon 3.

Exercice 1 : Soit les points A(4;2), B(-2;3) et C(4;-1).
Déterminer une équation des cercles suivants :
a) C_1 de centre A et de rayon 2.
b) C_2 de diamètre [AB].
c) C_3 de centre B passant par le point C.

La correction en vidéo : ici

Exercice 2 : Montrer que l'ensemble des points $M(x;y)$ du plan tels que $x^2-8x+y^2+2y-8=0$ est un cercle dont on Précisera le centre et le rayon.

La correction en vidéo : ici

Exercices corrigés sur les nombres complexes (partie I):

Exercice 1 :

Écrire les nombres complexes suivants sous forme algébrique:

$a)\ \frac{2}{1-i} \qquad b)\ \frac{i-3}{1+2i} \qquad c)\ 1+\frac{1}{i} \qquad d)\ \frac{(2-i)(3+2i)}{4} \qquad e)\ \frac{(2-i)^2}{3+i}$

La correction en vidéo : ici

Exercice 2 :

Soit z un nombre complexe différent de i. On pose $z = x + iy$ où x et y sont réels.

On note $z' = \frac{z+i}{z-i}$. On appelle X et Y respectivement la partie réelle et imaginaire de z'.

Déterminer X et Y en fonction de x et y.

La correction en vidéo : ici

Exercice 3 :

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

À tout point M d'affixe z différente de $3i$, on associe le point M' d'affixe $z' = \frac{z-2}{iz+3}$.

On appelle X et Y respectivement la partie réelle et imaginaire de z'.

1) On pose $z = x + iy$ où x et y sont réels. Déterminer X et Y en fonction de x et y.

2) Déterminer l'ensemble $\mathscr{E}_1$ des points M d'affixe z tels que z' soit réel.

3) Déterminer l'ensemble $\mathscr{E}_2$ des points M d'affixe z tels que z' soit imaginaire pur.

La correction en vidéo : ici

Une petite vidéo pour reprendre les notions : Plan Complexe - Affixe d'un Point et Vecteur – Mathrix

Exercice 4 :

Dans le plan complexe, on considère les points d'affixe $A(1+2i)$; $B(3)$; $C(-i)$ et $D(-3-i)$.

1. Placer ces points dans un repère.

2. Déterminer l'affixe des vecteurs $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{CD}$; $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$; $3\overrightarrow{AB}$.

La correction en vidéo : ici

Exercice 5 : Soit A(1;2) ; B(-1;3) et C(5;-2) trois points. On note z_A, z_B et z_C leur affixe respective.

1. Déterminer l'affixe z_M du point M tel que $2\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{BC}=3\overrightarrow{BM}$.
2. Déterminer l'affixe du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

La correction avec rappel de cours : ici

Une petite vidéo pour reprendre les notions : Conjugué d'un Nombre Complexe - Mathrix

Exercice 6 :

Soit z un nombre complexe quelconque. On pose $z = x + iy$ où x et y sont réels.

Déterminer les parties réelles et imaginaires des nombres complexes suivants en fonction de x et y.

$a)\ 2z+i \qquad a)\ z\overline{z} \qquad a)\ iz \qquad a)\ (z-1)(\overline{z}+i)$

La correction en vidéo : ici