Correction	**1S- A - Contrôle de mathématiques**	**18/09/2017**

<u>Exercice 1 :</u> Soit *f* la fonction définie sur ℝ par $f(x)=-x^2+2x+4$.
On note C_f la courbe représentative de *f* dans un repère orthonormal.

1. Calculer l'image de 1 et l'image de $-\frac{1}{2}$ par *f*.

$$f(1)=-1^2+2\times1+4=5\,;\ f\left(-\frac{1}{2}\right)=-\left(-\frac{1}{2}\right)^2+2\times\left(-\frac{1}{2}\right)+4=-\frac{1}{4}-1+4=\frac{11}{4}$$

2. Déterminer les antécédents de 4 par *f*.

$f(x)=4 \Leftrightarrow -x^2+2x=0 \Leftrightarrow x(-x+2)=0 \Leftrightarrow x=0$ ou $x=2$ d'où S={0;2}

3. Déterminer la forme canonique de *f* puis dresser son tableau de variation.

f est une fonction du second degré avec $a=-1$; $b=2$ et $c=4$

f peut s'écrire sous la forme $f(x)=a(x-\alpha)^2+\beta$

avec $\alpha=-\frac{b}{2a}=1$ et $\beta=f(\alpha)=f(1)=5$

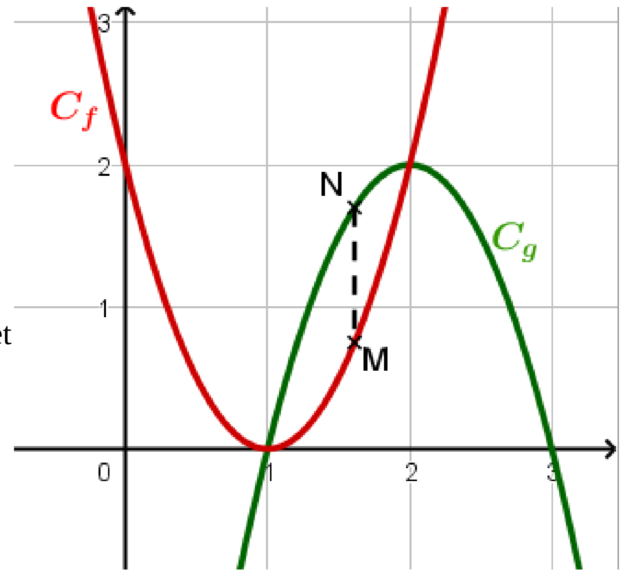
La forme canonique de f est donc $f(x)=-(x-1)^2+5$

4. Quelle est la nature de la courbe C_f ? Quels sont ses éléments caractéristiques ?

- C_f est une parabole
- son sommet a pour coordonnées (1;5)
- $x=1$ est son axe de symétrie

<u>Exercice 2 :</u>

f et g sont deux fonctions polynômes de degré 2.
Voici leurs courbes représentatives C_f et C_g dans un repère orthonormé.



1. Déterminer l'expression de $f(x)$ puis de $g(x)$.

f est une fonction du second degré, elle peut s'écrire sous la forme : $f(x)=a(x-\alpha)^2+\beta$

- le sommet de C_f a pour coordonnées (1;0) donc α=1 et β=0
- $f(0)=2 \Leftrightarrow a(0-1)^2=2 \Leftrightarrow a=2$

Finalement : $f(x)=2(x-1)^2=2x^2-4x+2$

g est une fonction du second degré, elle peut s'écrire sous la forme : *g(x)=a(x-α)²+β*

- le sommet de C_g a pour coordonnées (2;2) donc α=2 et β=2
- $g(1)=0 \Leftrightarrow a(1-2)^2+2=0 \Leftrightarrow a+2=0 \Leftrightarrow a=-2$

Finalement : $g(x)=-2(x-2)^2+2=-2x^2+8x-6$

2. A chaque nombre réel *x* avec $1\leq x\leq 2$

, on associe les points M de C_f et N de C_g de même abscisse *x*.

On admet que la courbe C_g est au dessus de la courbe C_f sur [1;2].

a) Exprimer la distance MN en fonction de *x*.

Pour x∈ [1;2], $g(x)>f(x)$, on a alors :

$MN=y_M-y_N=g(x)-f(x)$ car $x_M=x_N=x$

$\mathrm{MN}=-2x^2+8x-6-(2x^2-4x+2)=-4x^2+12x-8$

b) Pour quelle valeur de *x*, cette distance est-elle maximale ?

Posons $l(x)=-4x^2+12x-8$

l étant une fonction du second degré avec $a=-4<0$, l admet un maximum $\alpha=-\frac{b}{2\mathrm{a}}=1{,}5$ qui vaut $\beta=l(1{,}5)=1$

la distance maximale est atteinte pour $x=1{,}5$

Correction	1S - B - Contrôle de mathématiques	18/09/2017

Exercice 1 : Soit *f* la fonction définie sur ℝ par $f(x)=-x^2+2x+5$.
On note C_f la courbe représentative de *f* dans un repère orthonormal.

1. Calculer l'image de 1 et l'image de $-\frac{1}{2}$ par *f*.

$f(1)=-1^2+2\times1+5=6; f\left(-\frac{1}{2}\right)=-\left(-\frac{1}{2}\right)^2+2\times\left(-\frac{1}{2}\right)+5=-\frac{1}{4}-1+5=\frac{15}{4}$

2. Déterminer les antécédents de 5 par *f*.

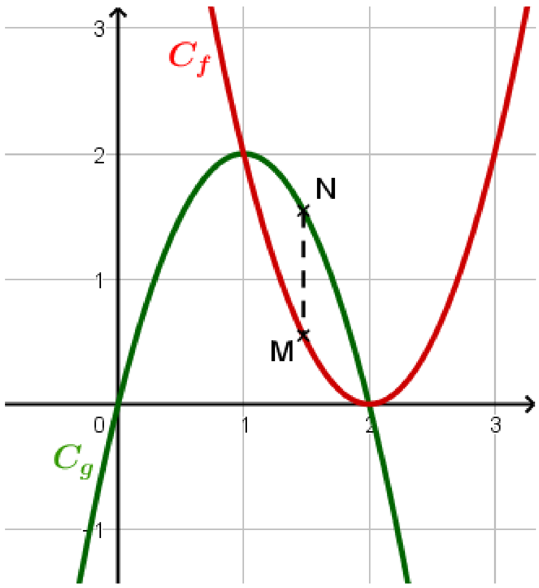
$f(x)=5 \Leftrightarrow -x^2+2x=0 \Leftrightarrow x(-x+2)=0 \Leftrightarrow x=0$ *ou* $x=2$ *d'où S={0;2}*

3. Déterminer la forme canonique de *f* puis dresser son tableau de variation.
f est une fonction du second degré avec $a=-1$; $b=2$ et $c=5$
f peut s'écrire sous la forme $f(x)=a(x-\alpha)^2+\beta$
avec $\alpha=-\frac{b}{2a}=1$ et $\beta=f(\alpha)=f(1)=6$
La forme canonique de f est donc $f(x)=-(x-1)^2+6$

4. Quelle est la nature de la courbe C_f ? Quels sont ses éléments caractéristiques ?

- C_f est une parabole
- son sommet a pour coordonnées (1;5)
- $x=1$ est son axe de symétrie

Exercice 2 :
f et g sont deux fonctions polynômes de degré 2.
Voici leurs courbes représentatives C_f et C_g dans un repère orthonormé.



1. Déterminer l'expression de $f(x)$ puis de $g(x)$.

f est une fonction du second degré, elle peut s'écrire sous la forme :
$f(x)=a(x-\alpha)^2+\beta$

- le sommet de C_f a pour coordonnées (2;0) donc α=2 et β=0
- $f(1)=2 \Leftrightarrow a(1-2)^2=2 \Leftrightarrow a=2$

Finalement : $f(x)=2(x-2)^2=2x^2-8x+8$

g est une fonction du second degré, elle peut s'écrire sous la forme :
$g(x)=a(x-\alpha)^2+\beta$

- le sommet de C_g a pour coordonnées (1;2) donc α=1 et β=2
- $g(1)=0 \Leftrightarrow a(1-2)^2+2=0 \Leftrightarrow a+2=0 \Leftrightarrow a=-2$

Finalement : $g(x)=-2(x-1)^2+2=-2x^2+4x$

2. A chaque nombre réel *x* avec $1\leq x\leq 2$, on associe les points M de C_f et N de C_g de même abscisse *x*.

On admet que la courbe C_g est au dessus de la courbe C_f sur [1;2].

a) Exprimer la distance MN en fonction de *x*.

Pour x∈ [1;2], $g(x)>f(x)$, on a alors :

$MN=y_N-y_M=g(x)-f(x)$ car $x_M=x_N=x$

$MN=-2x^2+4x-(2x^2-8x+8)=-4x^2+12x-8$

b) Pour quelle valeur de *x*, cette distance est-elle maximale ?

Posons $l(x) = -4x^2 + 12x - 8$

l étant une fonction du second degré avec $a = -4 < 0$, l admet un maximum $\alpha = -\frac{b}{2a} = 1{,}5$ qui vaut $\beta = l(1{,}5) = 1$

la distance maximale est atteinte pour $x = 1{,}5$