

Exercice 1 : On considère la suite (u_n) définie par : $u_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}$ pour tout n de \mathbb{N}^* .

1. Calculer u_1 , u_2 et u_3 . On a : $u_1 = 1$ $u_2 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ $u_3 = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{11}{6}$
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n et de n . On a : $u_{n+1} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} = u_n + \frac{1}{n+1}$ et $u_1 = 1$
3. En déduire une valeur approchée de u_{10} à l'aide de la calculatrice. On a : $u_{10} = \frac{7381}{2520} \approx 2,929$
4. Écrire un algorithme en langage naturel qui détermine u_n pour tout entier n saisi par l'utilisateur.
Question bonus : Programmer cet algorithme sous Python . Imprimer une copie d'écran.

1ere possibilité :

Variables N, U, K

Entrée : Saisir N

Traitement : U prend la valeur 1
Pour K allant de 2 à N

U prend la valeur $U + \frac{1}{K}$

FinPour

Sortie : Afficher U

```

1 from math import *
2 N=int(input("N="))
3 U=1
4 for K in range(2,N+1):
5     U= U + 1/K
6 print(U)
```

2e possibilité :

Variables N, U, K

Entrée : Saisir N

Traitement : U prend la valeur 1
Pour K allant de 1 à N-1

U prend la valeur $U + \frac{1}{K+1}$

FinPour

Sortie : Afficher U

Exercice 2 :

Un apiculteur souhaite étendre son activité de production de miel à une nouvelle région. En juillet 2014, il achète 300 colonies d'abeilles qu'il installe dans cette région. Après renseignements pris auprès des services spécialisés, il s'attend à perdre 8 % des colonies durant l'hiver. Pour maintenir son activité et la développer, il a prévu d'installer 50 nouvelles colonies chaque printemps.

1) On considère l'algorithme suivant :

a) Recopier et compléter le tableau ci-dessous en ajoutant autant de colonnes que nécessaire.

Les résultats seront arrondis à l'entier le plus proche.

Variables : n est un nombre entier naturel
C est un nombre réel

Traitement : Affecter à C la valeur 300
Affecter à n la valeur 0
Tant que C < 400 faire
C prend la valeur $C \times 0,92 + 50$
n prend la valeur n + 1
Fin Tant que

Sortie : Afficher n

Test C<400	xxxxxxx	Vrai	Vrai	Vrai	Vrai	Faux
Valeur de C	300	326	350	372	392	411
Valeur de n	0	1	2	3	4	5

b) Quelle valeur est affichée à la fin de l'exécution de cet algorithme ? Interpréter cette valeur dans le contexte de ce problème.

La valeur affichée à la fin de cet algorithme est 5.

Il faut attendre 5 années pour que cet apiculteur ait plus de 400 ruches.

2) On modélise l'évolution du nombre de colonies par une suite (C_n) , le terme C_n donnant une estimation du nombre de colonies pendant l'année 2014+n.

a) Exprimer pour tout entier n le terme C_{n+1} en fonction de C_n .

$$\begin{cases} C_0 = 300 \\ C_{n+1} = 0,92 \times C_n + 50 \end{cases}$$

b) Combien de colonies l'apiculteur peut-il espérer posséder en juillet 2024 ?

L'année 2024 correspond à C_{10} et $C_{10} \approx 483,82$ soit 484 ruches.