

Problèmes ouverts

Nouvelle Calédonie Mars 2016

3 points

EXERCICE 2

Commun à tous les candidats

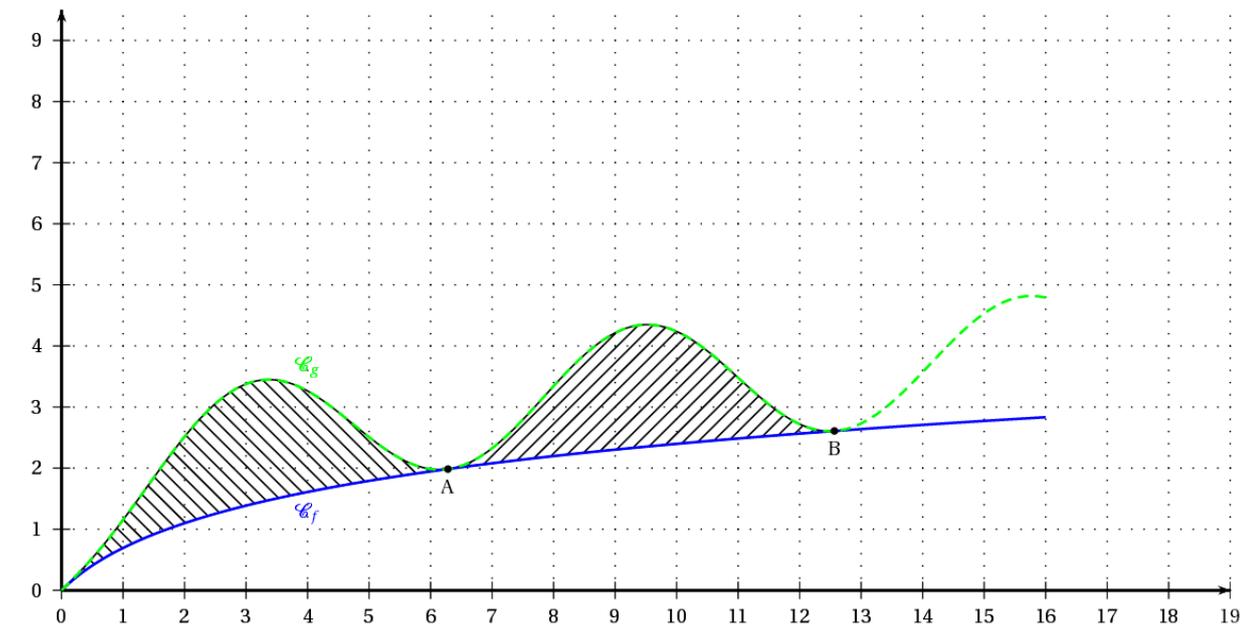
On considère les fonctions f et g définies sur l'intervalle $[0; 16]$ par

$$f(x) = \ln(x+1) \quad \text{et} \quad g(x) = \ln(x+1) + 1 - \cos(x).$$

Dans un repère du plan (O, \vec{i}, \vec{j}) , on note \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g les courbes représentatives des fonctions f et g .

Ces courbes sont données en **annexe 1**.

Comparer les aires des deux surfaces hachurées sur ce graphique.



Exercice : tiré du livre *Hyperbole TS*
 a désigne un nombre réel. Comparer e^{ax} et x

Exercice : tiré du livre *Barbazo TS*
 Soient a et b deux nombres réels.

On considère les suites (u_n) et (v_n) définies pour tout entier naturel n par : $u_n = \frac{an+b}{2n+1}$ et $v_n = n(2u_n - 1)$.

1. La suite (u_n) peut-elle être divergente ?
2. Est-il possible que les suites (u_n) et (v_n) convergent toutes les deux vers $\frac{1}{2}$?

Exercices : tiré du livre *Barbazo TS*

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = e^x - x$.
 La courbe représentative de f admet-elle une tangente qui passe par l'origine du repère ?

Soit f_k la fonction définie sur \mathbb{R} par $f_k(x) = e^x - kx$ où k est un réel quelconque.

Existe-t-il un réel k tel que la courbe représentative de f_k soit tangente à l'axe des abscisses ?

D'après bac S Antilles Guyane 2014

On considère l'équation (E1) : $e^x - x^n = 0$ où x est un réel strictement positif et n un entier naturel non nul.

1. Montrer que l'équation (E1) est équivalente à l'équation (E2) : $\ln x - \frac{x}{n} = 0$
2. Pour quelles valeurs de n l'équation (E1) admet-elle deux solutions ?

Exercice :

Un élève a tracé ci-dessous la courbe d'équation $y = -3x^2 + 15x$ et la droite d'équation $y = 3x$.

Ceci définit deux domaines visualisé sur le graphique ci-contre. Il se demande laquelle des aires de ces deux domaines est la plus grande. Qu'en pensez-vous ?

