

**Problèmes ouverts**

*Nouvelle Calédonie Mars 2016*

**3 points**

**EXERCICE 2**

**Commun à tous les candidats**

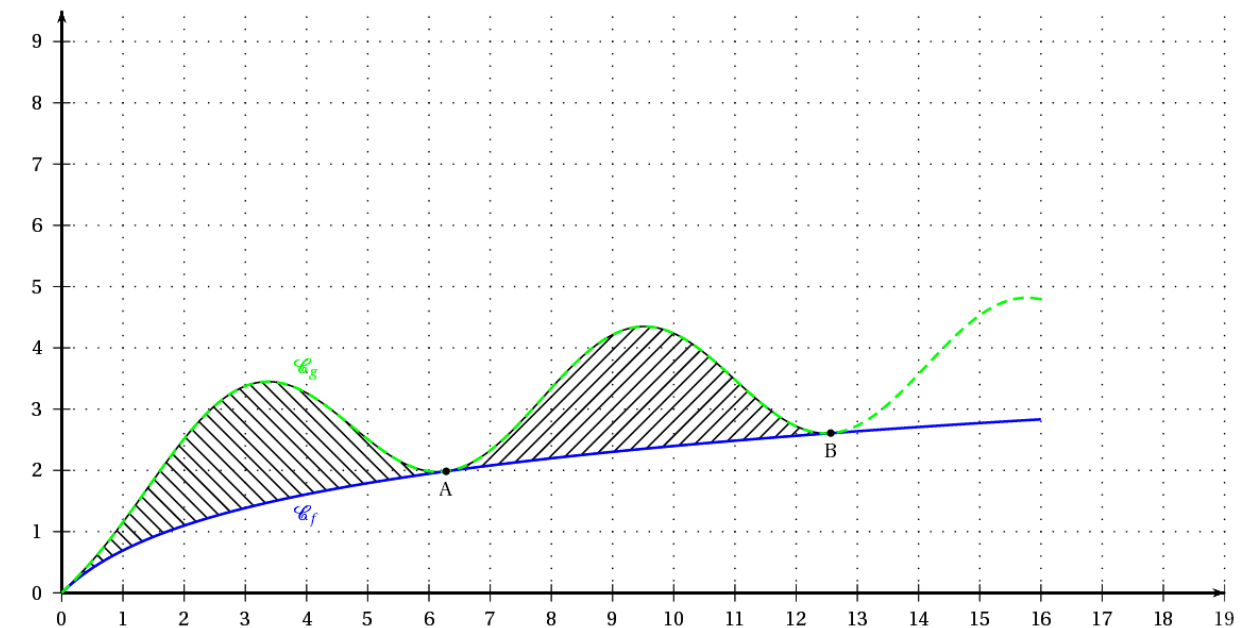
On considère les fonctions  $f$  et  $g$  définies sur l'intervalle  $[0; 16]$  par

$$f(x) = \ln(x+1) \quad \text{et} \quad g(x) = \ln(x+1) + 1 - \cos(x).$$

Dans un repère du plan  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ , on note  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$  les courbes représentatives des fonctions  $f$  et  $g$ .

Ces courbes sont données en **annexe 1**.

Comparer les aires des deux surfaces hachurées sur ce graphique.



**Exercice :** tiré du livre *Hyperbole TS*  
 a désigne un nombre réel. Comparer  $e^{ax}$  et  $x$

**Exercice :** tiré du livre *Barbazo TS*  
 Soient a et b deux nombres réels.

On considère les suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$  définies pour tout entier naturel n par :  $u_n = \frac{an+b}{2n+1}$  et  $v_n = n(2u_n - 1)$ .

1. La suite  $(u_n)$  peut-elle être divergente ?
2. Est-il possible que les suites  $(u_n)$  et  $(v_n)$  convergent toutes les deux vers  $\frac{1}{2}$  ?

**Exercices :** tiré du livre *Barbazo TS*

Soit f la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = e^x - x$ .  
 La courbe représentative de f admet-elle une tangente qui passe par l'origine du repère ?

Soit  $f_k$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f_k(x) = e^x - kx$  où k est un réel quelconque.

Existe-t-il un réel  $k$  tel que la courbe représentative de  $f_k$  soit tangente à l'axe des abscisses ?

**D'après bac S Antilles Guyane 2014**

On considère l'équation (E1) :  $e^x - x^n = 0$  où  $x$  est un réel strictement positif et  $n$  un entier naturel non nul.

1. Montrer que l'équation (E1) est équivalente à l'équation (E2) :  $\ln x - \frac{x}{n} = 0$
2. Pour quelles valeurs de  $n$  l'équation (E1) admet-elle deux solutions ?

**Exercice :**

Un élève a tracé ci-dessous la courbe d'équation  $y = -3x^2 + 15x$  et la droite d'équation  $y = 3x$ .

Ceci définit deux domaines visualisé sur le graphique ci-contre. Il se demande laquelle des aires de ces deux domaines est la plus grande. Qu'en pensez-vous ?

