

**BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR**  
**INFORMATIQUE ET RÉSEAUX POUR L'INDUSTRIE**  
**ET LES SERVICES TECHNIQUES**

**ÉPREUVE DE PHYSIQUE APPLIQUÉE**

**SESSION 2010**

**DURÉE : 3 HEURES**  
**COEFFICIENT : 3**

Ce sujet comporte une présentation et six parties pouvant être traitées indépendamment les unes des autres.

Le sujet comporte :

- 1 formulaire page 17,
- 2 pages de documents – réponse pages 13 et 14 à rendre obligatoirement avec la copie.
- 2 pages de documents – réponse pages 15 et 16 pouvant éventuellement servir de brouillon.

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet

L'usage d'une calculatrice est autorisé (circulaire n°99-186 du 16-11-1999).

BREVET DE TECHNICIEN SUPÉRIEUR Informatique et Réseaux pour l'Industrie et les Services Techniques		Session 2010	1/17
EPREUVE : PHYSIQUE APPLIQUÉE	Durée : 3h Coef : 3	IRSPA	SUJET

# Étude d'un capteur de pression « intelligent » et de la transmission des mesures.

## Mise en contexte :

On se propose dans ce sujet, d'aborder les principes mis en œuvre dans un capteur industriel de pression « intelligent » délivrant simultanément ses informations analogiques et numériques sur une boucle de courant. Le capteur fournit un courant compris entre 4 et 20 mA modulé par les informations analogiques (pression) et numériques (pression et configuration du capteur). Un microcontrôleur gère l'ensemble des fonctions de conversion et de mise en forme des signaux.

La figure ci-dessous (figure 1) donne les principaux constituants de ce capteur.

Toutes les caractéristiques du système de mesures ne seront pas systématiquement abordées.

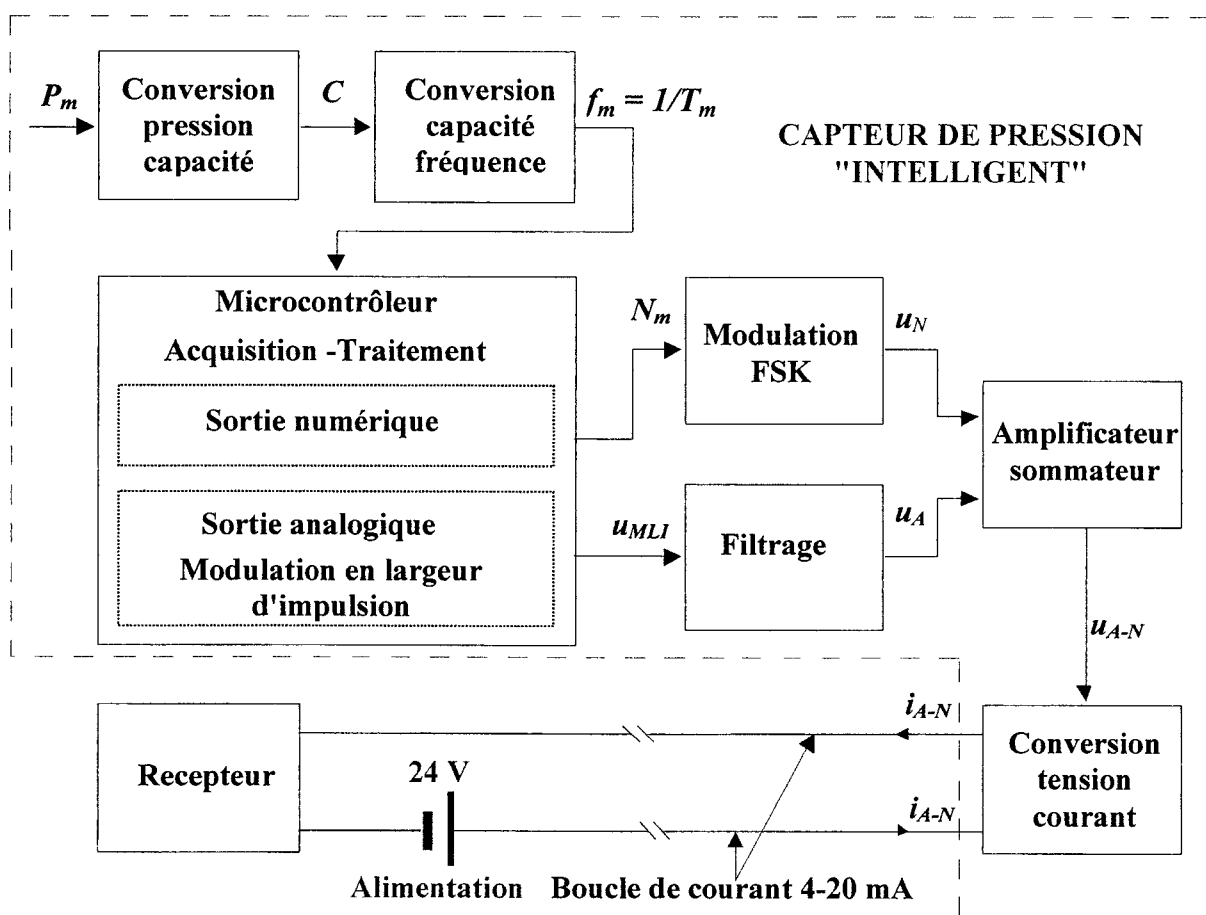


Figure 1

## I. Conversion pression-capacité :

(1 point)

On rappelle qu'un condensateur est composé de deux conducteurs séparés par un isolant. La capacité d'un condensateur plan s'écrit :

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{e} \text{ avec :}$$

$\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  F/m : la permittivité du vide

$\varepsilon_r$  : la permittivité relative de l'isolant,

$S$  : la surface des conducteurs en regard en  $m^2$ ,

$e$  : l'épaisseur de l'isolant en m.

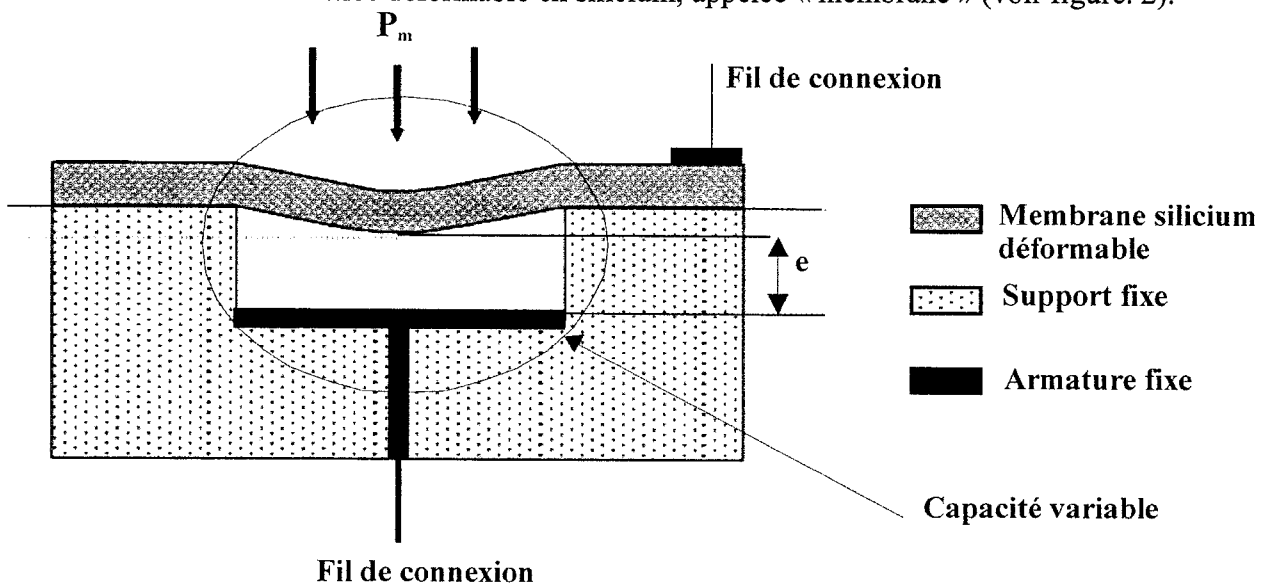
**Définition de la pression** : la pression (en Pascal) est définie comme le quotient d'une force  $F$  (en Newton) par une surface  $S$  (en  $m^2$ ). La pression s'exerce perpendiculairement à la surface considérée.

$$P_m = \frac{F}{S}$$

**La pression atmosphérique** moyenne au niveau de la mer est d'environ 1 bar (1 bar =  $10^5$  Pascal).

**Principe de fonctionnement** : la pression entraîne la variation de l'épaisseur entre les conducteurs, d'où une variation de la capacité de la cellule.

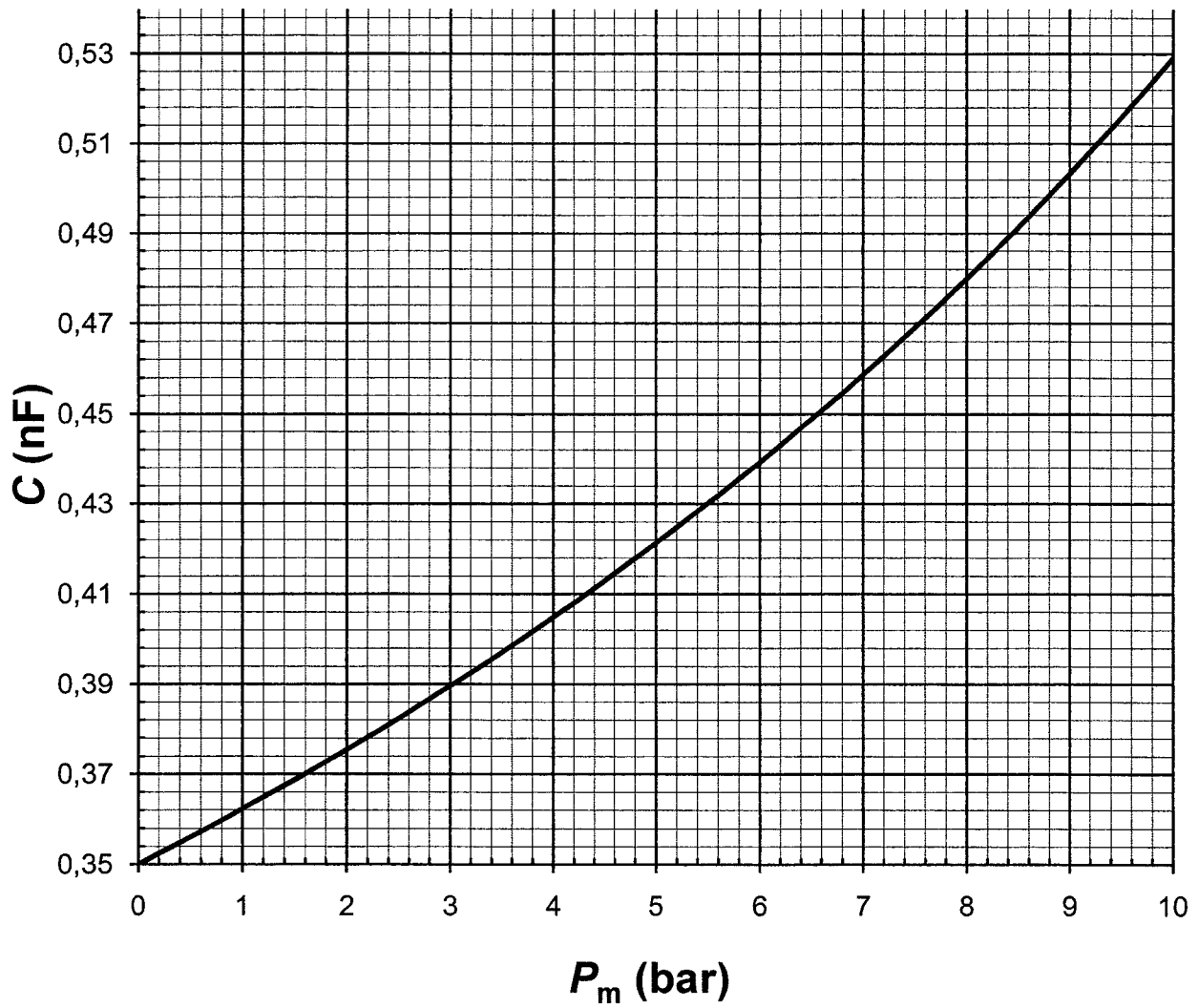
Une cellule de mesure de base est constituée d'une armature fixe métallique déposée au fond d'un support fixe et d'une armature conductrice déformable en silicium, appelée « membrane » (voir figure. 2).



**Figure 2**

- I.1. Comment évolue l'épaisseur  $e$  lorsque la pression augmente ? En déduire comment évolue dans ces conditions, la capacité  $C$ .
- I.2. On donne le graphe de variation de la capacité en fonction de la pression (**graphe n°1 page 4**). Donner la valeur de la capacité du condensateur à pression atmosphérique.

$$C = f(P_m)$$

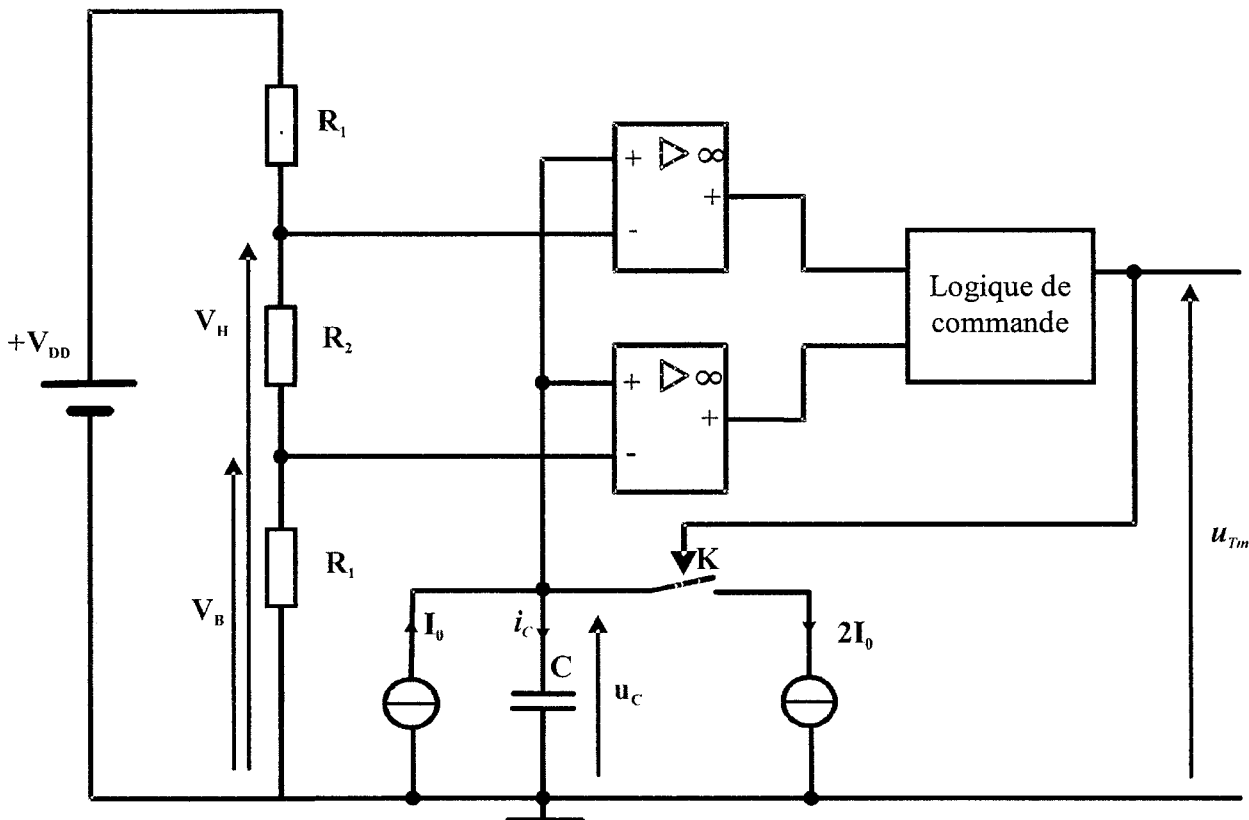


Grappe n°1

## II. Conversion capacité-fréquence :

(5 points)

Le condensateur de capacité  $C$  est intégré dans le montage de la figure 3. Les amplificateurs opérationnels sont supposés idéaux et sont alimentés entre 0 et  $V_{DD} = 5V$ . On suppose que la capacité du condensateur  $C$  peut varier entre 340 pF et 430 pF environ. Le montage comporte des sources idéales de courant délivrant un courant continu d'intensité  $I_0$  et  $2I_0$ . On donne  $I_0 = 10 \mu A$ .



**Figure 3**

L'étude porte toujours sur le montage de la figure 3, page 5. On donne les valeurs des résistances :  $R_1 = 150 \text{ k}\Omega$  et  $R_2 = 220 \text{ k}\Omega$ . Les amplificateurs opérationnels utilisés sont supposés idéaux et polarisés entre 0 et  $V_{DD} = 5 \text{ V}$ . L'interrupteur K se ferme lorsque la tension  $u_{Tm} = V_{DD}$  et s'ouvre lorsqu'elle atteint  $u_{Tm} = 0$ .

### II.1- Étude du courant dans le condensateur

Donner la relation entre  $i_C$  et  $I_0$  :

II.1.1- lorsque l'interrupteur K est ouvert,

II.1.2- lorsque l'interrupteur K est fermé.

## II.2- Détermination des tensions de seuils

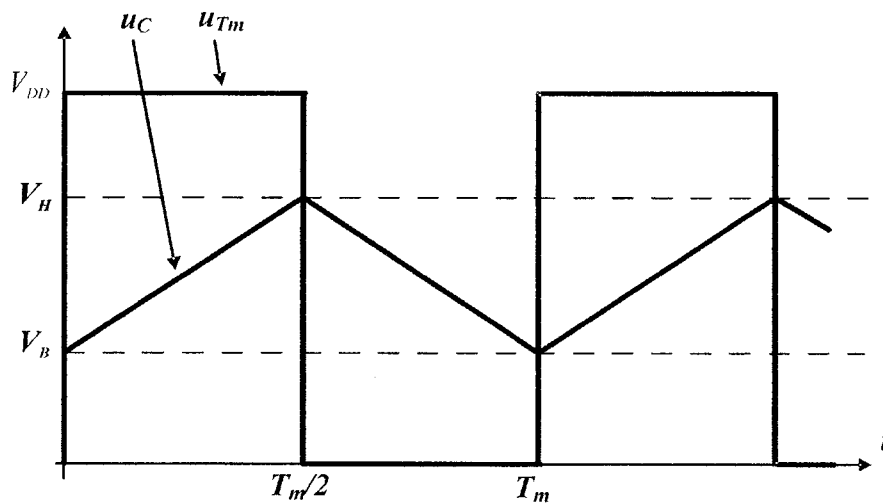
II.2.1- Donner l'expression de la tension  $V_B$  en fonction de  $R_1$ ,  $R_2$  et  $V_{DD}$ . Réaliser l'application numérique.

II.2.2- Donner l'expression de la tension  $V_H$  en fonction de  $R_1$ ,  $R_2$  et  $V_{DD}$ . Réaliser l'application numérique.

## II.3- Conversion capacité-fréquence :

II.3-1- Détermination de l'expression littérale de  $T_m$  la période de  $u_C$ .

On donne les courbes de  $u_C$  et  $u_{Tm}$  ci-dessous :



II.3.1.a- Donner l'expression du coefficient directeur  $A$  de la tension  $u_C$  entre 0 et  $T_m/2$  en fonction de  $V_B, V_H$  et  $T_m$ .

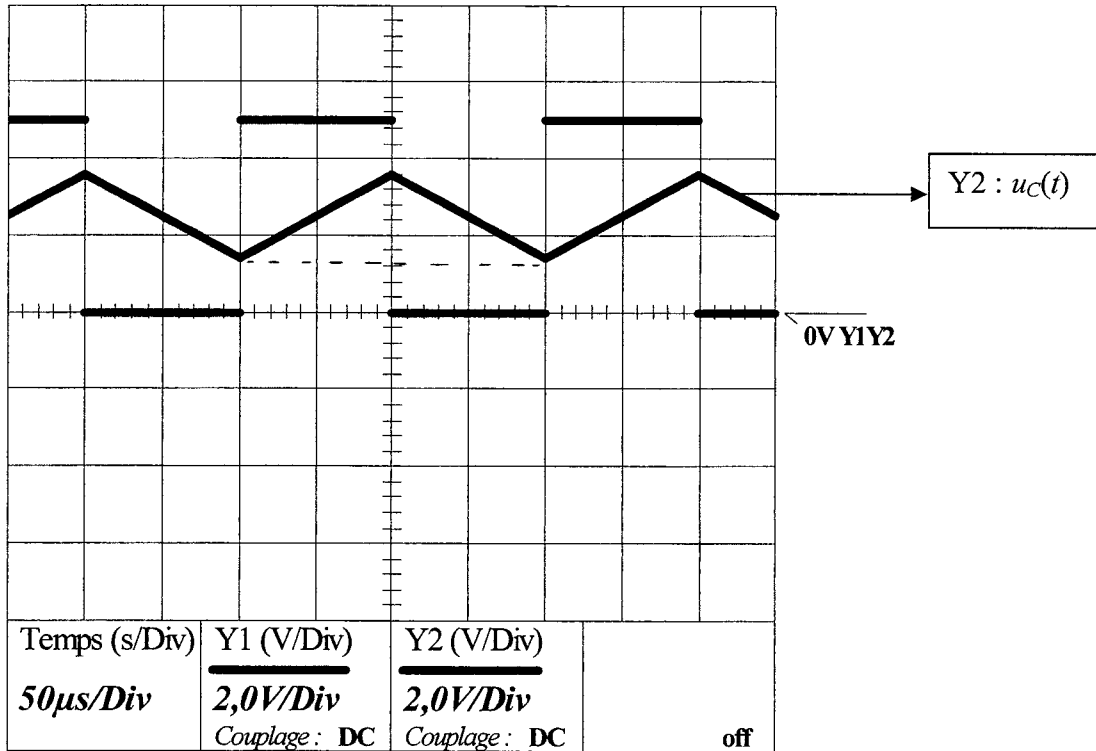
II.3.1.b- On admet que le coefficient directeur  $A$  est égal à :  $A = \frac{I_0}{C}$ . En déduire que la période

$T_m$  peut se mettre sous la forme :  $T_m = \frac{2C}{I_0}(V_H - V_B)$

II.3.1.c- Comment varie la pression  $P_m$  si on observe que la fréquence  $f_m$  de  $u_C$  augmente ?

### II.3.2- Application numérique :

On a enregistré les oscillogrammes de  $u_C$  et  $u_{Tm}$  ci-dessous.



II.3.2.a- À l'aide de l'oscillogramme, mesurer les valeurs des tensions de seuils  $V_B$  et  $V_H$  et de la période  $T_m$  de  $u_C$ .

II.3.2.b- En déduire la valeur de la capacité  $C$  correspondante.

II.3.2.c- Quelle est la valeur de la pression  $P_m$  détectée par le capteur ?

### III. Traitement numérique du signal :

(3 points)

La tension  $u_{Tm}$  est envoyée au microcontrôleur sur une entrée numérique. Un compteur détermine la valeur de la période  $T_m$ . La période  $T_m$  du signal  $u_{Tm}$  est alors acquise au rythme de 500 échantillons par seconde (fréquence d'échantillonnage :  $F_e = 500 \text{ Hz} = \frac{1}{T_e}$ ).

Le calculateur donne un nombre  $e_n$  proportionnel à la pression  $P_m$ .

Un algorithme est alors appliqué à la séquence de mesures  $\{e_n\}$  dans le but d'extraire la composante continue et d'éliminer le bruit de quantification. On fait ensuite une moyenne des mesures avant de transmettre la séquence  $\{s_n\}$ .

La séquence causale  $\{e_n\}$  représente la suite des valeurs de pression  $P_m$ .

La séquence causale  $\{sf_n\}$  représente la suite des valeurs après filtrage de  $\{e_n\}$ .

La séquence causale  $\{s_n\}$  représente la suite des valeurs de sortie après filtrage et calcul de la moyenne.

On désigne par  $E(z)$  et  $S_F(z)$  les transformées en  $z$  des séquences  $\{e_n\}$  et  $\{sf_n\}$ .

On désigne par  $E(p)$  et  $S_F(p)$  les transformées de Laplace des signaux  $e$  et  $s_F$ .

### III.1- Filtrage

III.1.1- Quel est le type de filtre qui permet l'extraction de la valeur moyenne ?

III.1.2- On veut transposer la transmittance  $T(p)$  d'un filtre analogique en numérique  $T(z)$ . Pour

cela on prend  $T(p) = \frac{S_F(p)}{E(p)} = \frac{1}{1 + \frac{p}{\omega_c}}$  avec  $\omega_c = 2\pi f_c$  et  $f_c = 5$  Hz.

III.1.2.a- On prend l'équivalence:  $p \Leftrightarrow \frac{1-z^{-1}}{T_e}$ . Donner la transmittance  $T(z)$  et montrer qu'elle

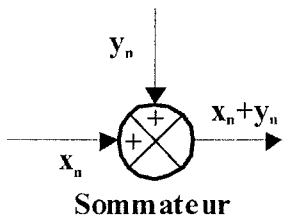
peut se mettre sous la forme :  $T(z) = \frac{S_F(z)}{E(z)} = \frac{T_0}{1 - Y_0.z^{-1}}$ . Identifier  $T_0$  et  $Y_0$ .

III.1.2.b- On donne  $T_0 = 5,9.10^{-2}$  et  $Y_0 = 0,94$ . Vérifier la stabilité du filtre numérique.

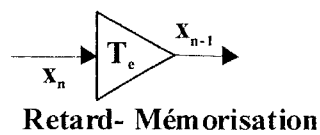
III.1.2.c- Établir l'algorithme qui permet au calculateur de relier la séquence de sortie filtrée  $\{sf_n\}$  et celle d'entrée  $\{e_n\}$ . Vérifier la relation :  $sf_n = a.e_n + b.sf_{n-1}$  et identifier  $a$  et  $b$  en fonction de  $T_0$  et  $Y_0$ .

### III.2- Moyennage

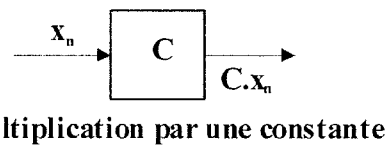
Le microcontrôleur permet également de faire une moyenne sur les dernières valeurs de  $\{sf_n\}$ . On donne (figures 4a, 4b et 4c) les trois symboles représentant les fonctions élémentaires d'un programme, c'est-à-dire la somme, la mise en mémoire et la multiplication par une constante.



**Figure 4a**

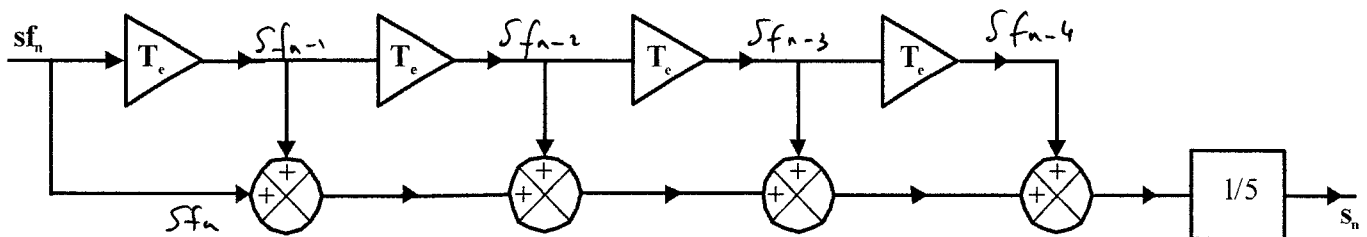


**Figure 4b**



**Figure 4c**

III.2.1- À partir de la structure de l'algorithme ci-dessous (fig. 5), établir l'expression de la dernière valeur de  $s_n$  en fonction des valeurs de  $sf_n, sf_{n-1}, sf_{n-2}, \dots$ .



**Figure 5**

III.2.2- Sachant que l'entrée  $sf_n = 0$  pour  $n < 0$ , compléter dans le tableau du document réponse n°1 les valeurs prises par  $s_n$  correspondant à la réponse de l'algorithme à l'entrée  $sf_n$ .



## IV. Microcontrôleur :

(5,5 points)

Pour la conversion numérique-analogique, le microcontrôleur utilise une modulation à largeur d'impulsion. Le principe est de générer un signal  $u_{MLI}$  variant entre 0 V et  $V_{DD} = 5$  V, à fréquence fixe mais dont le rapport cyclique  $\alpha$  est contrôlé numériquement par la pression  $P_m$ .

### IV.1- Conversion par M.L.I.

Pour répondre au cahier des charges, le rapport cyclique  $\alpha$  varie linéairement entre 0 pour une pression nulle et 100% pour une pression de 10 bars. On donne la fréquence du signal  $f_{MLI} = 1$  kHz.

IV.1.1- Déterminer la valeur du rapport cyclique  $\alpha$  pour la pression  $P_m$  de 2 bars

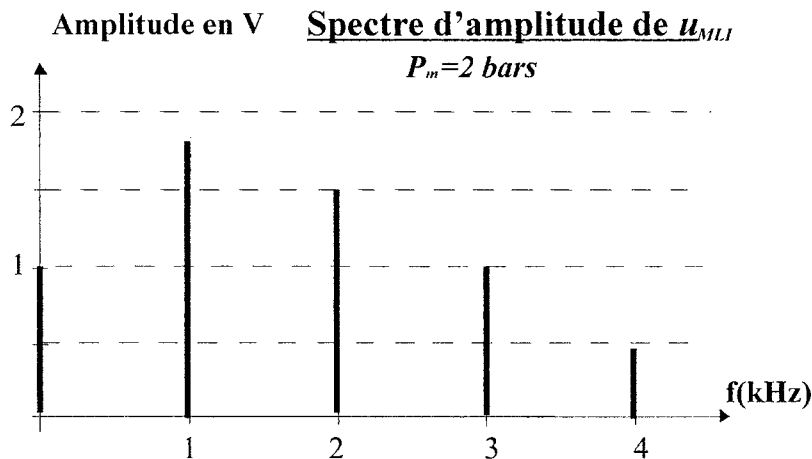
IV.1.2- Compléter le document réponse n°2 pour la pression  $P_m$  de 2 bars.

IV.1.3- Donner l'expression de la valeur moyenne  $\langle u_{MLI} \rangle$  du signal  $u_{MLI}$  en fonction de  $\alpha$  et de  $V_{DD}$

IV.1.4- Calculer la valeur moyenne  $\langle u_{MLI} \rangle$  pour  $P_m = 2$  bars. Comment évolue  $\langle u_{MLI} \rangle$  si la pression  $P_m$  augmente ?

### IV.2- Filtrage

Le spectre du signal  $u_{MLI}$  pour une pression de 2 bars est représenté ci-dessous :



IV.2.1- À l'aide de ce spectre, indiquer si le signal est sinusoïdal ou non. Justifier la réponse.

IV.2.2- Déterminer la fréquence du fondamental du signal.

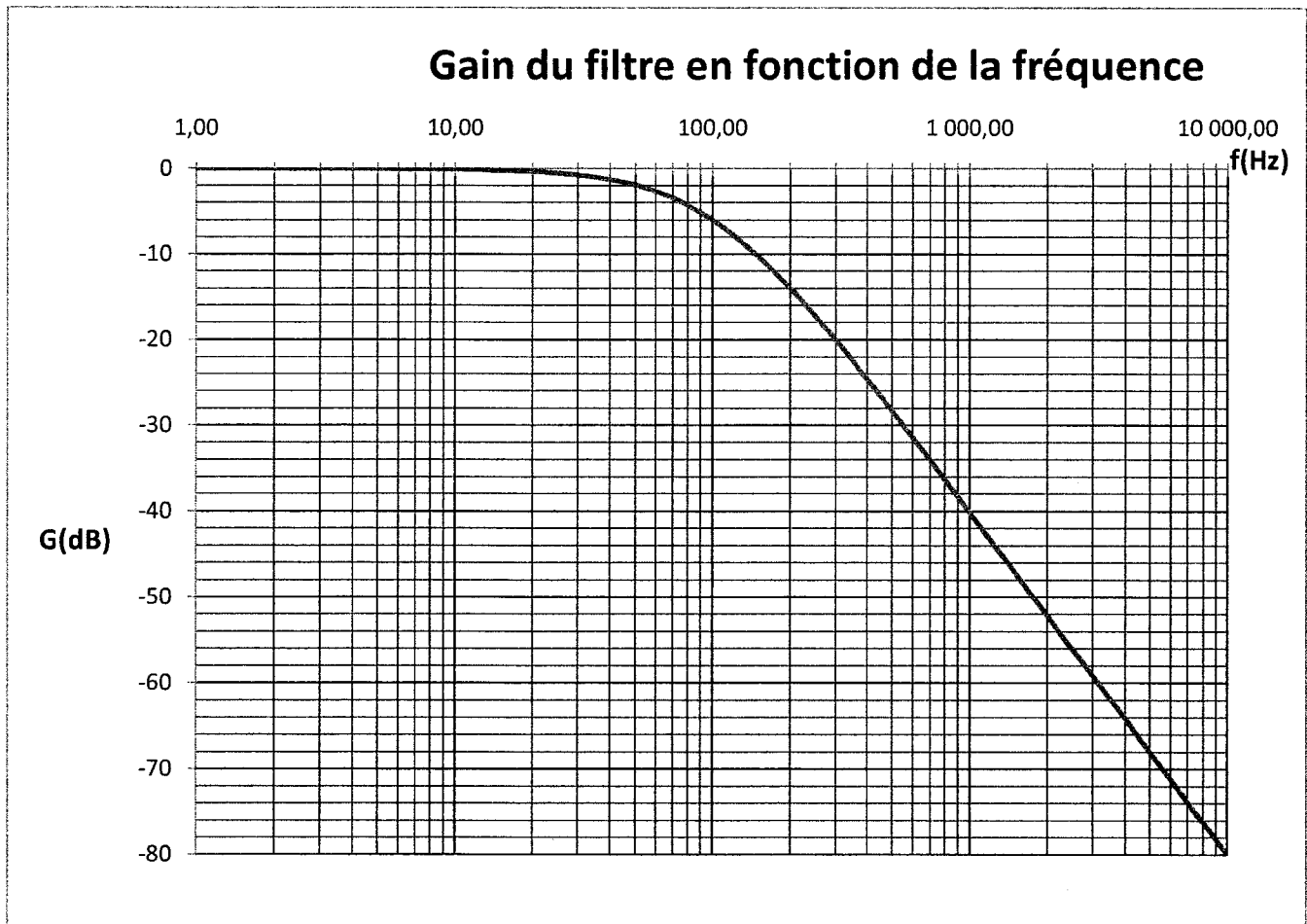
IV.2.3- Indiquer dans le document réponse n°3 (lignes 1 et 2), les amplitudes, ainsi que les fréquences des différentes raies du spectre de la tension  $u_{MLI}$ .

IV.2.4- On place la tension  $u_{MLI}$  à l'entrée d'un filtre dont la courbe de gain est donnée (graphe n°3 page 10). Déterminer les valeurs prises par le gain du filtre pour les fréquences du spectre et compléter le tableau du document réponse n°3 (ligne 3).

IV.2.5- Déterminer la valeur de la composante continue de  $u_A$  (tension de sortie du filtre).

IV.2.6- Déterminer l'amplitude  $\hat{U}_{A1}$  du fondamental de  $u_A$ .

IV.2.7- Peut-on considérer le signal  $u_A$  comme continu ? Justifier.



Graphe n°3

## V. Transmission par boucle de courant :

(3,5 points)

En parallèle à la sortie analogique, le microcontrôleur délivre sur une sortie numérique série un signal  $N_m$  sous forme d'une succession de niveaux 0 et  $V_{DD}$  représentant respectivement les états logiques 0 et 1. Cette suite représente la valeur de la mesure de la pression  $P_m$ .

### V.1- Modulation FSK

Le signal  $N_m(t)$  est appliqué à l'entrée d'un oscillateur sinusoïdal commandé en tension. Une modulation par saut de cette fréquence (modulation FSK) permet alors de transmettre les états logiques 0 et 1.

Au niveau logique 0 correspond l'émission d'une tension sinusoïdale d'amplitude  $\hat{U}$  de fréquence 2000 Hz pendant la durée du bit  $T_B$ .

Au niveau logique 1 correspond l'émission d'une tension sinusoïdale d'amplitude  $\hat{U}$  de fréquence 1000 Hz pendant la durée du bit  $T_B$ .

V.1.1. En dessinant l'allure des courbes, compléter le document réponse n° 4.

V.1.2. Déterminer le nombre de bits transmis par seconde.

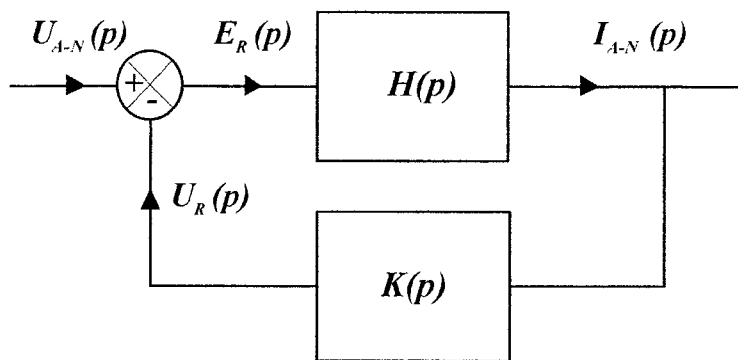
## V.2- Boucle de courant :

On désire qu'un courant d'intensité 4 mA corresponde à une mesure du capteur  $P_m=0$  bar et qu'un courant d'intensité 20 mA corresponde à une mesure du capteur  $P_m=10$  bars.

Un convertisseur tension-courant permet de commander le courant de la boucle 4-20 mA malgré les variations de la charge et de l'alimentation. Pour cela un asservissement permet de régler l'intensité du courant  $i_{A-N}$  en fonction de la tension de consigne  $u_{A-N}$ .

Le signal d'erreur  $e_R$  représente l'écart entre la consigne  $u_{A-N}$  et l'image du courant  $i_{A-N}$ .

On désigne par :  $U_{A-N}(p)$ ,  $E_R(p)$ ,  $I_{A-N}(p)$  et  $U_R(p)$  les transformées de Laplace respectives des grandeurs physiques  $u_{A-N}$ ,  $e_R$ ,  $i_{A-N}$  et  $u_R$ .  $H(p)$  représente la transmittance de la chaîne de commande et  $K(p)$  celle de la chaîne de retour. Ce qui donne la modélisation par le schéma-bloc ci-dessous :



V.2.1. On appelle la transmittance en boucle ouverte le rapport  $T_{BO}(p) = \frac{U_R(p)}{E_R(p)}$ , établir l'expression de  $T_{BO}(p)$  en fonction de  $H(p)$  et  $K(p)$ .

V.2.2- On appelle la transmittance en boucle fermée le rapport  $T_{BF}(p) = \frac{I_{A-N}(p)}{U_{A-N}(p)}$ , établir l'expression  $T_{BF}(p)$  en fonction de  $H(p)$  et  $K(p)$ .

V.2.3- L'expression de la transmittance en boucle fermée est :  $T_{BF}(p) = \frac{4.10^{-3}}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}$ .

V.2.3.a- Le système asservi est soumis à un échelon de hauteur  $E = 2,25$  V. Rappeler la transformée de Laplace  $U_{A-N}(p)$  correspondant à un échelon de tension  $E$ .

V.2.3.b- En déduire l'expression  $I_{A-N}(p)$  de la réponse du système asservi à cet échelon.

V.2.3.c- Calculer la valeur  $i_{A-N}(\infty)$  de  $i_{A-N}$  en régime permanent (on s'aidera du formulaire page 15).

VI. APPLICATION:

(2 points)

À l'aide d'une sonde de courant, on a relevé l'allure du courant  $i_{A-N}$  dans la boucle 4-20 mA en fonction du temps.

VI.1- Indiquer sur le document réponse n°5 la valeur de la composante continue de  $i_{A-N}$ .

VI.2- On rappelle que, pour la boucle de courant, la composante continue de  $i_{A-N}$  varie linéairement avec la pression  $P_m$  : un courant de 4 mA correspond à une mesure du capteur  $P_m = 0$  bar et un courant de 20 mA correspond à une mesure du capteur  $P_m = 10$  bars.

En déduire la pression mesurée  $P_m$  correspondant à la valeur de la composante continue trouvée au VI-1.

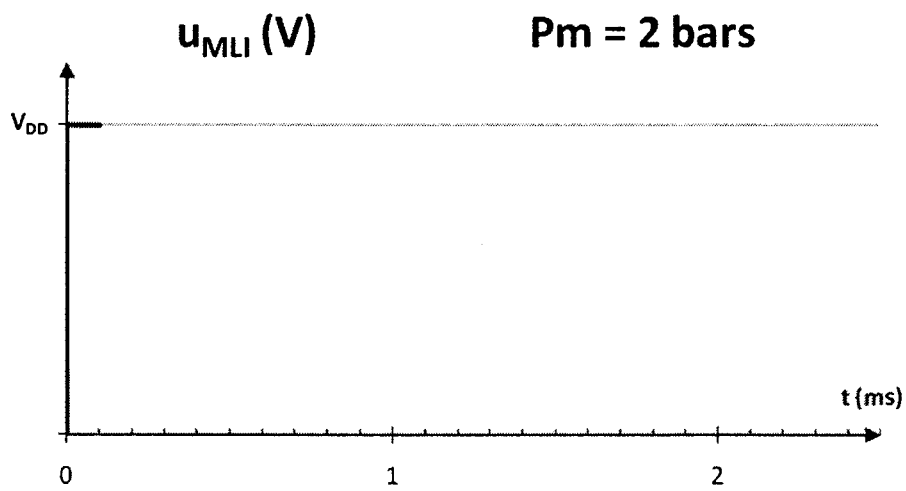
VI.3- Compléter la séquence binaire contenue dans le signal dans le tableau du document réponse n° 5.

2. DOCUMENT RÉPONSE N°1

POUVANT SERVIR DE BROUILLON

$n$	0	1	2	3	4	5	6
$\{sf_n\}$	2,05	1,98	2,11	1,93	1,97	2,07	1,89
$s_n$	0,41	...	...	...	...	...	...

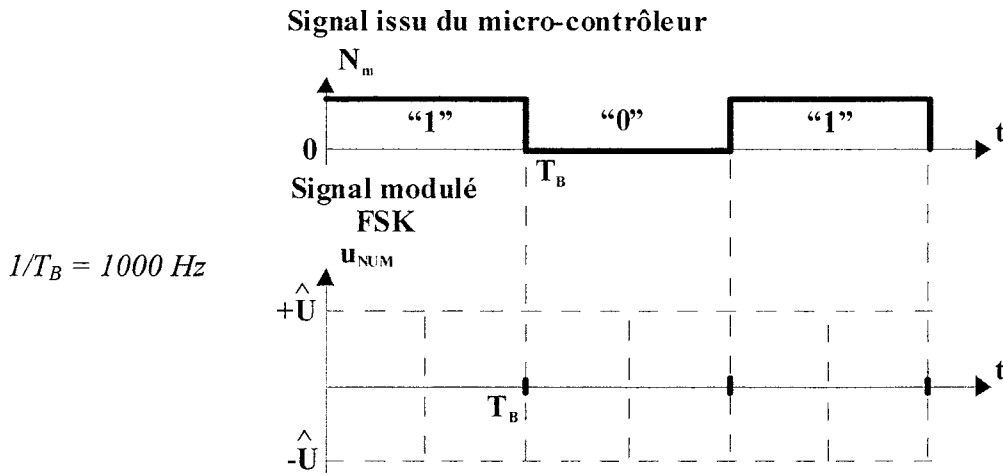
DOCUMENT RÉPONSE N°2



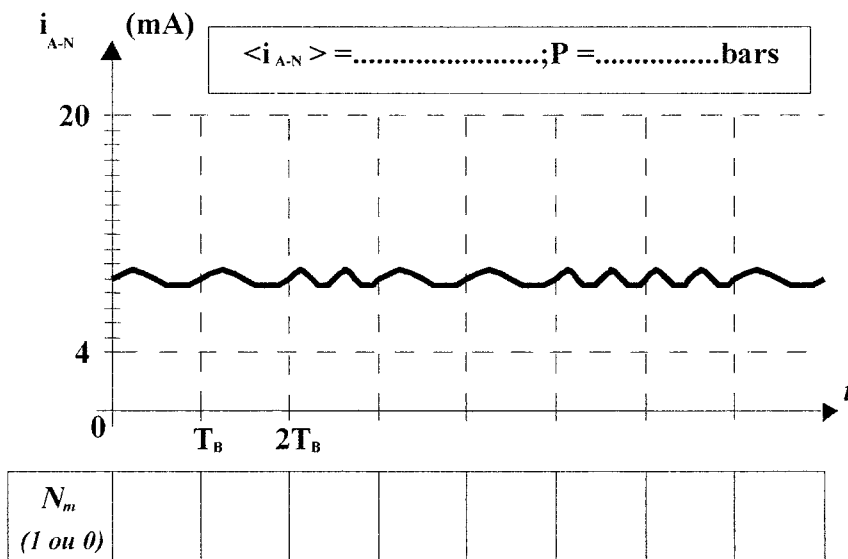
DOCUMENT RÉPONSE N°3

POUVANT SERVIR DE BROUILLON

Fréquence (Hz)	0	1000	...	...	...
Amplitude des raies du spectre de $u_{MLI}$					
Gain (dB)					



DOCUMENT RÉPONSE N°5



# Formulaire

Propriétés de la transformée de Laplace	
Théorème de la valeur initiale	$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{p \rightarrow +\infty} pF(p)$
Théorème de la valeur finale	$\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pF(p)$
Table des transformées de Laplace	
$f(t)$	$F(p)$
Impulsion unité : $\delta(t)$	1
Echelon unité : $\Gamma(t)$	$\frac{1}{p}$
Rampe : $at$	$\frac{a}{p^2}$
$1 - e^{-t/\tau}$	$\frac{1}{p(1 + \tau p)}$
Dérivée : $\frac{d(f(t))}{dt}$	$pF(p) - f(0^+)$
Propriétés de la transformée en Z	
Théorème de la valeur initiale	$x_0 = \lim_{z \rightarrow 1} X(z)$
Théorème de la valeur finale	$\lim_{n \rightarrow +\infty} x_n = \lim_{z \rightarrow 1} (z - 1)X(z)$
Table des transformées en Z	
$\{x_n\}$	$X(z)$
Séquence impulsion unité : $\{x_n\}$	1
Séquence échelon unité : $\{\delta_n\}$	$\frac{z}{z-1} = \frac{1}{1-z^{-1}}$
Séquence rampe $\{a.n.T_e\}$	$a.T_e \frac{z}{(z-1)^2} = a.T_e \frac{z^{-1}}{(1-z^{-1})^2}$