Nombres complexes

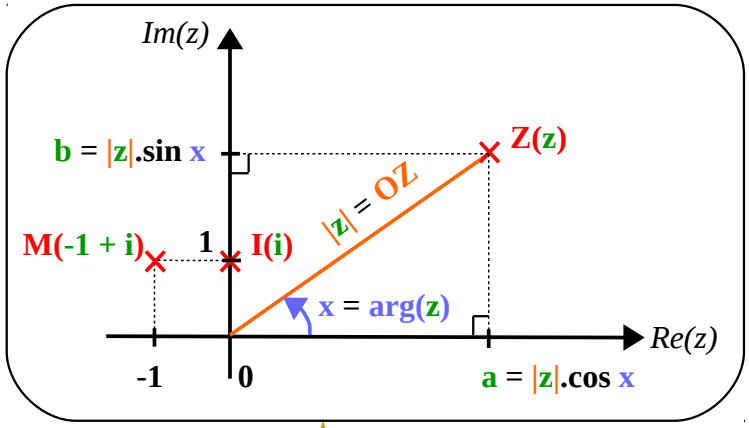
$z \in \mathbb{C}$

$\mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

- $|z|$ = OZ = **module de z** *(longueur)*
- $\arg(z) = x$ = **argument de z** *(angle)*
- **z est l'affixe du point Z** *(coordonnée unique)*
- $\bar{z}$ **est le nombre conjugué de z** *(parties imaginaires opposées)* **:**

$$z = a + i.b$$
$$\bar{z} = a - i.b$$

Vocabulaire



Significations graphiques

- $i^2 = -1$
- $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ *(Pythagore)*
- $z.\bar{z} = (a + i.b)(a - i.b)$
  $= a^2 - (i.b)^2$
  $= a^2 + b^2$ *donc*
  $z.\bar{z} = |z|^2$

Formules

Placer Z(z)

Repérage cartésien (a ; b)

$z = a + i.b$

Re(z) = a
Im(z) = b

Nombres particuliers :
- $z = a$ $(b = 0)$ → **réel pur**
- $z = i.b$ $(a = 0)$ → **imaginaire pur**

Exemple :
Si a = 0 et b = 1, alors : z = i

Une représentation adaptée

Placer Z(z)

Repérage paramétrique (|z| ; x)

$$\begin{cases} a = |z|.\cos x \\ b = |z|.\sin x \end{cases}$$

$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ *et je déduis x de :* $\begin{cases} \cos x = a / |z| \\ \sin x = b / |z| \end{cases}$ *(Cercle trigo)*

Deux représentations adaptées

$z = |z|.e^{i.x}$

$z = |z|.(\cos x + i.\sin x)$
ou
$z = |z|.\cos x + i.|z|.\sin x$

Re(z) = |z|.cos x
Im(z) = |z|.sin x

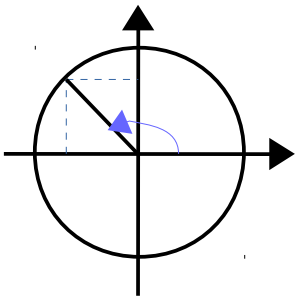
Nombres particuliers :
- si $x = 0 \pm k\pi \equiv 0\ [\pi]$ → $Im(z) = 0$ → **réel pur**
- si $x = \pi/2 \pm k\pi \equiv \pi/2\ [\pi]$ → $Re(z) = 0$ → **imaginaire pur**

Exemple :
Si |z| = 1 et x = π/2, alors : $z = i = e^{i.\pi/2}$

<u>Exemple</u> : ***Prenons M(z) d'affixe :*** $\boldsymbol{z = -1 + i}$

• $|z| = \sqrt{(-1)^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

• $\begin{cases} \cos x = \dfrac{-1}{\sqrt{2}} \\ \sin x = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \end{cases}$ donc d'après le cercle trigonométrique : $x = \dfrac{3\pi}{4} \pm 2k\pi = \dfrac{3\pi}{4}\ [2\pi]$



• Je peux donc écrire aussi : $\mathbf{z = \sqrt{2}\ .\ \exp\left(i\ .\ \dfrac{3\pi}{4}\right)}$