Corrigé du contrôle N°6

Exercice 1 :

Au « Lion vert », le jeu de la roulette française consiste à lancer une bille dans un récipient circulaire tournant et muni d'encoches numérotées et colorées sur la périphérie. Les cases, numérotées de 0 à 36 sont alternativement rouge et noir (sauf le 0 qui est vert).

1) Si la roulette est équilibrée, quelle sera la probabilité p d'obtenir un nombre pair ?

p = 18/37

2) Le croupier souhaite vérifier si sa roulette est équilibrée pour la mise sur chance simple Pair-Impair (Le joueur mise Pair ou Impair et gagne une fois sa mise si le numéro qui sort correspond à son choix. 0 est considéré ni pair, ni impair.)

Pendant une soirée, le croupier relève les résultats ci-dessous :

Sortie	Pair	Impair ou 0
Nombre	242	295

a) Quelle est la taille de l'échantillon ? **La taille de l'échantillon est 537.**

b) Quelle est la fréquence f d'obtenir un nombre pair ? **f = 242 / 537**

c) En justifiant, que peut-on conclure concernant cette roulette ?

Soit I l'intervalle de fluctuation d'obtention d'un nombre pair : I = $[18/37 - 1/\sqrt{537} \; ; \; 18/37 + 1/\sqrt{537}]$

I = [0,443 ; 0,530] . $f \approx 0{,}451$. **Ainsi $f \in$ I . Avec une marge d'erreur de 5% , on peut accepter l'hypothèse faite sur p. La roulette peut donc être considérée comme équilibrée.**

Exercice 2 :

Un institut de sondage interroge un groupe de filles sur leur acteur préféré.

1) Sur un premier échantillon de 800 filles, 38% ont répondu : Léonard Ducapre.
Déterminer l'intervalle de confiance de ce premier échantillon.

$n_1 = 800$ et $f_1 = 0{,}38$. Soit J_1 l'intervalle de confiance de ce 1er échantillon : $J_1 = [0{,}38 - 1/\sqrt{800} \; ; \; 0{,}38 + 1/\sqrt{800}]$

J_1 = [0,344 ; 0,416]

2) Sur un deuxième échantillon de 650 filles, 42% ont, elles, répondu : Brad Flip.
Déterminer l'intervalle de confiance de ce deuxième échantillon.

$n_2 = 650$ et $f_2 = 0{,}42$. Soit J_2 l'intervalle de confiance de ce 2ème échantillon : $J_2 = [0{,}42 - 1/\sqrt{650} \; ; \; 0{,}42 + 1/\sqrt{650}]$

J_2 = [0,380; 0,460]

3) Peut-on en déduire que chez les filles, Brad Flip a plus de succès que Léonard Ducapre ? Justifier.

Ces 2 intervalles n'étant pas disjoints donc **on ne peut pas déterminer quel acteur a le plus de succès.**

Exercice 3 :

Ligne 17 :**affine.**

Ligne 22 **: -b/2*a**

Ligne 26 : **Beta**

Ligne 28 : **Alpha**

Exercice 4 **:**

Une chaine d'hôtels désire orienter ses investissements .

Elle réalise une analyse sur le bénéfice B(x) de chaque hôtel, en euros , en fonction de x , taux d'occupation des chambres exprimer en % .

Pour x appartenant à [20 ; 100], on a : $B(x) = -x^2 + 160x - 3900$.

1) Calculer B(50). Quelle signification pour le problème posé ?

$B(50) = -50^2 + 160 \times 50 - 3900$; **B(50) = 1600. Pour un taux d'occupation de 50%, le bénéfice réalisé est de 1600€.**

2) Montrer que $B(x) = -(x-80)^2 + 2500$.

Soit $A = -(x-80)^2 + 2500$; $A = -(x^2 - 160x + 6400) + 2500$; $A = -x^2 + 160x - 6400 + 2500$; $A = -x^2 + 160x - 3900$; $A = B(x)$. d'où **$B(x) = -(x-80)^2 + 2500$.**

3) Pour quelle valeur du taux d'occupation, le bénéfice est-il maximal ? et quel est ce bénéfice maximal ? Justifier.
D'après la forme canonique donnée en B, $a = -1$; $\alpha = 80$ et $\beta = 2500$. La fonction admet donc un maximum 2500 atteint en 80. **Le bénéfice est donc maximal pour un taux d'occupation de 80% et il est de 2500€.**

4) Donner le tableau de variation de B.

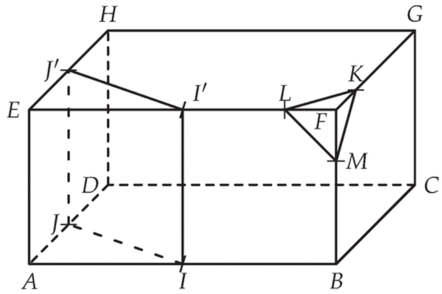
x	20	80	100
B(x)	-1100 ↗	2500	↘ 2100

5) Montrer que B(x) = (x – 30) (130 – x)
C = (x – 30) (130 – x) ; C = 130x – x^2 - 3900 + 30x : C = $-x^2$ + 160x -3900 ; C = B(x) . Ainsi **B(x) = (x – 30) (130 – x)**

6) En déduire le seuil de rentabilité, c'est-à- dire le taux d'occupation pour lequel le bénéfice est nul.
B(x) = 0 ⇔ (x – 30) (130 – x) = 0 ⇔ x – 30 = 0 ou 130 – x = 0 ⇔ x = 30 ou x = 130. Or 130 n'appartient pas à l'ensemble de définition [20 ; 100]. Ainsi **le seuil de rentabilité est de 30 %.**

Exercice 5 : **(…… / 5 pts)**
On considère le parallélépipède rectangle ABCDEFGH ci-contre avec :

- AB = 4 cm ; BC = 3 cm ; AE = 2 cm.
- Les points I , I', J et J' sont les milieu respectifs des arêtes [AB], [EF], [AD] et [EH] ;
- Les points K, L et M sont définis par :
  - K ∈ [FG] avec FK = 1 cm ;
  - L ∈ [FE] avec FL = 1 cm ;
  - M ∈ [FB] avec FM = 1 cm.



On s'intéresse au polyèdre IBCDJLMKGHJ'I'.

1) Combien de faces contient ce polyèdre ? **Ce polyèdre contient 8 faces.**

2) et 3) Calculer le volume de ce polyèdre.
C'est le volume du parallélépipède rectangle ABCDEFGH auquel on soustrait le volume du **tétraèdre FKLM** et le volume du **prisme droit AIJEI'J'**. Ainsi $V = (4 \times 3 \times 2) - \frac{1}{3}(\frac{1\times1}{2} \times 1) - \frac{1{,}5\times2}{2}\times2$; **$V = 125/6$ cm^3**

4) Patron :