Corrigé Test N°8

<u>Exercice 1</u> : Les parties 1) et 2 sont indépendantes.

1) On tire une carte d'un jeu de 32 cartes.
   On appelle : * C l'événement « la carte tirée est un cœur »
   * F l'événement « la carte tirée est une figure »
   Décrire par une phrase les événements suivants et préciser son nombre d'issues.

a) $C \cap F$ « La carte tirée est une figure de coeur »
Nombre d'issues : Il y a 3 issues.

b) $\overline{C \cup F}$ « La carte tirée n'est ni un cœur ni une figure»
Nombre d'issues : Il y a 15 issues.

2) Deux épidémies sévissent en même temps dans un lycée, la gastro-entérite et un rhume. On choisit un élève au hasard et on nomme : * G l'événement « l'élève a la gastro-entérite »
   * R l'événement « l'élève a un rhume »
   Décrire à l'aide de ces deux événements :

   a) G ∪ R « L'élève a au moins une des deux maladies »

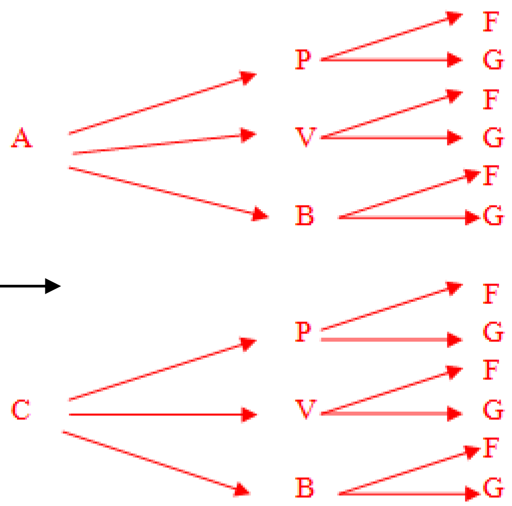
   b) R ∩ nonG « l'élève a le rhume mais pas la gastro-entérite »

<u>Exercice 2</u> :
Au restaurant scolaire, les élèves ont le choix :

- entre 2 entrées : Artichaut ou Carottes.
- entre 3 plats : Poisson ; Veau ou Bœuf.
- entre 2 desserts : Fromage ou Gâteau.

Un menu se compose d'une entrée, d'un plat et d'un dessert.

1) En utilisant un arbre, représenter tous les menus.



2) Combien de menus différents sont possibles ?
   Il y a 12 menus différents possibles.

3) On choisit un menu au hasard. Quelle est la probabilité :

   a) qu'il comporte du veau? $p(V)$ = 4/12 = 1/3

   b) qu'il comporte de l'artichaut et du fromage ? p(A∩F) = 3/12 = 1/4

   c) qu'il ne comporte pas de poisson ? p(non P) = 8/12 = 2/3

<u>Exercice 3</u> : On considère la fonction f définie sur IR par : $f(x) = (4x-5)(x+7)$

1) Dresser le tableau de signes de la fonction f.

x	$-\infty$		-7		$5/4$		$+\infty$
$(4x-5)$		-		-	0	+	
$(x+7)$		-	0	+		+	
$f(x)$		+	0	-	0	+	

2) **En déduire** les solutions des inéquations suivantes (*on argumentera !*) :

a) $4x^2+23x-35\leq 0$

$f(x)=(4x-5)(x+7)$; $f(x)=4x^2+28x-5x-35$; $f(x)=4x^2+23x-35$

Ainsi résoudre $4x^2+23x-35\leq 0$ revient à résoudre $f(x)\leq 0$.

Or d'après le tableau de signes précédent : $f(x)\leq 0 \Leftrightarrow x\in[-7\ ;\ 5/4]$. D'où **S = [-7 ; 5/4].**

b) $x^2(4x-5)(x+7)\geq 0$

Comme $x^2\geq 0$ pour tout x réel, le signe de $x^2(4x-5)(x+7)$ est le même que celui de $f(x)$, mais en 0 cela s'annule.

Or d'après le tableau de signes précédent : $f(x)\geq 0 \Leftrightarrow x\in]-\infty\ ;\ -7]\cup\{0\}\cup[5/4\ ;\ +\infty[$.

D'où **S =]-∞ ; -7] ∪ {0} ∪ [5/4 ; +∞[.**

c) $-3(4x-5)(x+7)<0$

$-3<0$ donc $-3(4x-5)(x+7)<0$ revient à voir quand est-ce que : $(4x-5)(x+7)>0$.

Or d'après le tableau de signes précédent : $f(x)>0 \Leftrightarrow x\in]-\infty\ ;\ -7[\cup]5/4\ ;\ +\infty[$. D'où **S =]-∞ ; -7[∪]5/4 ; +∞[.**

d) $(5-4x)(x+7)>0$

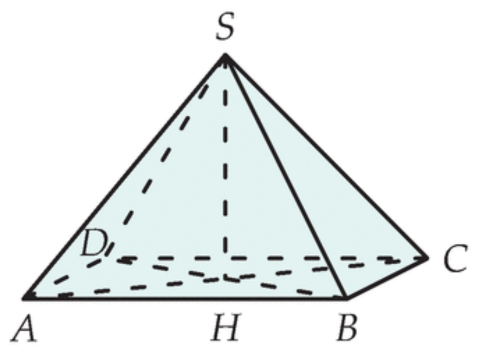
$5-4x=-(4x-5)$. D'où $(5-4x)(x+7)>0 \Leftrightarrow -(4x-5)(x-7)>0 \Leftrightarrow (4x-5)(x-7)<0$.

Or d'après le tableau de signes précédent : $f(x)<0 \Leftrightarrow x\in]-7\ ;\ 5/4[$. D'où **S =]-7 ; 5/4[.**

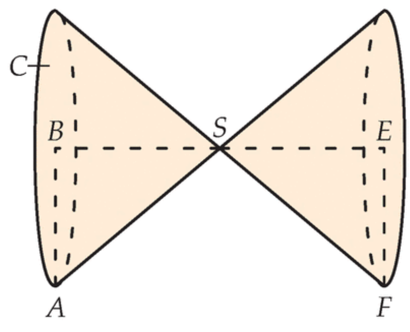
Exercice 4 :

Sur la pyramide SABCD à base rectangulaire ci-contre,
H est le pied de la hauteur.
Donner les positions relatives des droites suivantes :

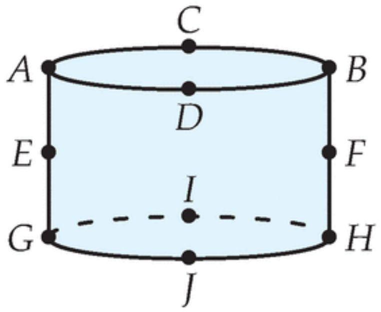
a) (AB) et (CD) sont parallèles.
b) (SA) et (BD) sont non coplanaires.
c) (HA) et (SC) sont sécantes en C.
d) (BH) et (DB) sont confondues.



1) Sur le sablier ci-contre, donner les positions relatives du plan (ABC) et de la droite :
a) (AB) est contenue dans le plan (ABC)
b) (SE) est sécante au plan (ABC)
c) (EF) est parallèle au plan (ABC)



2) Sur le cylindre ci-contre, E est le milieu de [AG] et F celui de [BH]. Donner les positions relatives des plans :
a) (ABE) et (GHF) confondus
b) (ABC) et (GHJ) parallèles
c) (ACG) et (JHI) sécants en (GI).

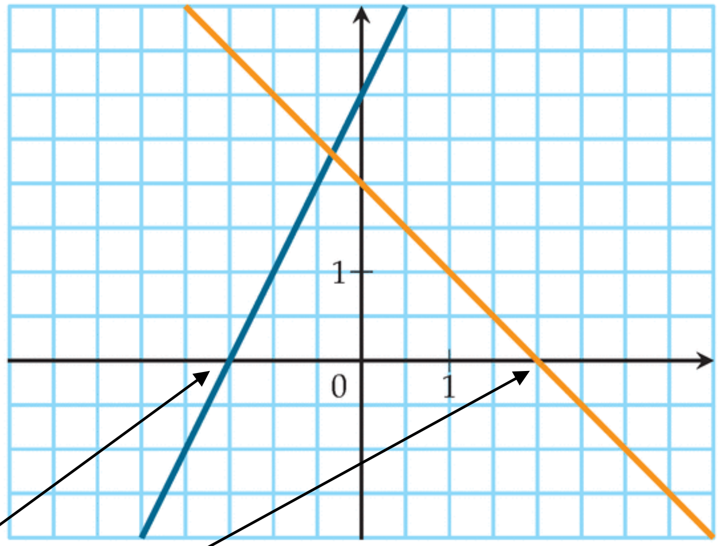


<u>QUESTION BONUS :</u>

Le graphique ci-contre donne les représentations graphiques de deux fonctions affines.
On définit la fonction h par $h(x) = (2x+3)(-x+2)$.

<u>En utilisant le graphique ci-contre</u>, résoudre :
$h(x) \geq 0$.

On explicitera correctement la méthode utilisée.



Sur le graphique ci-dessus, on retrouve en orange la représentation graphique de $f(x) = -x + 2$ et en bleu la représentation graphique de $g(x) = 2x + 3$. Pour trouver le signe de $h(x) = f(x)$ x $g(x)$, il suffit de lire graphiquement les signes des fonctions f et g.

Ainsi

x	$-\infty$		$-3/2$		2		$+\infty$
$(-x+2)$		+		+	**0**	-	
$(2x+3)$		-	**0**	+		+	
$f(x)$		-	0	+	0	-	

L'ensemble des solutions de $h(x) \geq 0$ est : **S = [-3/2 ; 2]**