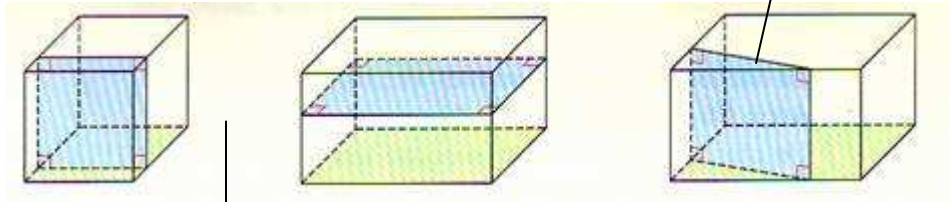


Thème 11 : Espace (1)

I : Sections d'un solide par un plan :

a) Pavé droit :



Plan parallèle à une arête

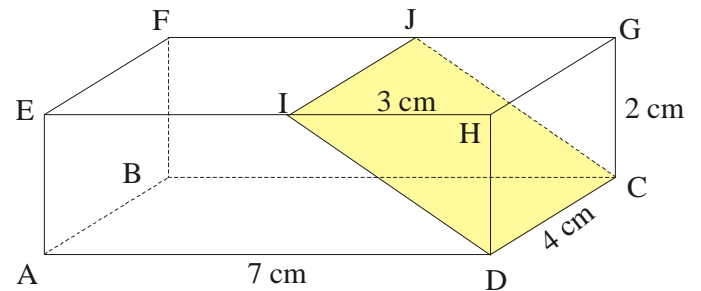
Plans parallèles à une face

La nature de la section est un rectangle

Application : Énoncé :

ABCDEFGH est un pavé droit que l'on a coupé par un plan parallèle à l'arête [GH], avec $IH = 3$ cm.

1. Quelle est la nature de la section IJCD ?
2. Dessine-la en vraie grandeur.
3. Calcule son aire, puis arrondis-la au mm^2 près.



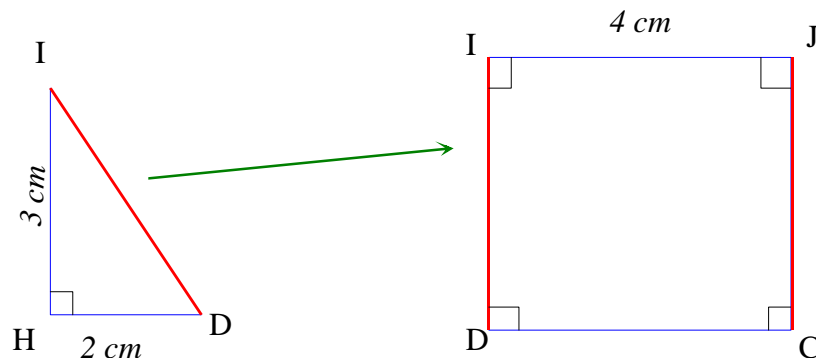
Solution :

1. Nature de la section IJCD

Sachant que la section d'un pavé droit par un plan parallèle à une arête est un rectangle, alors **IJCD est un rectangle.**

2. Dessin en vraie grandeur de la section

On commence par construire le triangle IHD (ce qui permettra de reporter la longueur ID), puis le rectangle IJCD.



3. Calcul de l'aire de la section

Calculons d'abord la longueur du côté [ID]

Comme EHDA est un rectangle car le solide ABCDEFGH est un pavé, alors le triangle IHD est rectangle en H.

D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$ID^2 = HD^2 + HI^2$$

$$ID^2 = 2^2 + 3^2$$

$$ID^2 = 4 + 9$$

$$ID^2 = 13$$

$$ID = \sqrt{13}$$

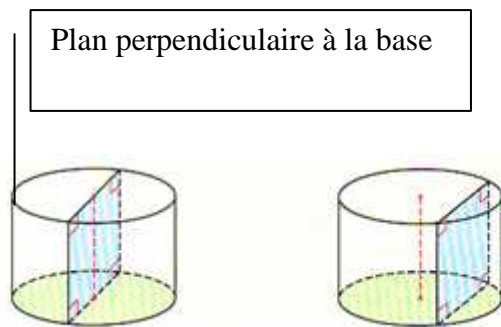
$$ID \approx 3,6$$

Donc : $ID = \sqrt{13}$ cm ou $ID \approx 3,6$ cm

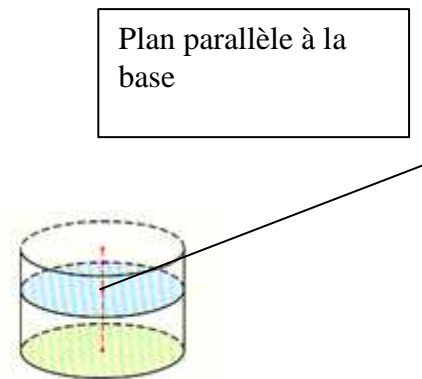
L'aire de la section est donc égale à $IJ \times ID = 4 \times \sqrt{13} \approx 4 \times 3,6 \approx 14,4$

Conclusion : L'aire de la section est $4\sqrt{13}$ cm² ou environ 14,4 cm²

b) Cylindre :



La section est un rectangle .



La section est un cercle.

Exemple :

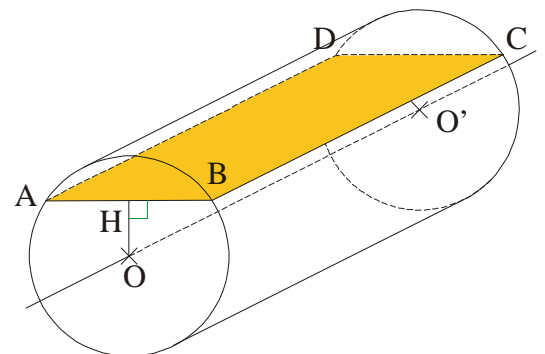
Enoncé :

On coupe un cylindre par un plan P parallèle à son axe OO'.

La hauteur du cylindre est 15 cm, sa base a pour rayon 7 cm.

La distance de O au plan P est $OH = 3$ cm.

1. Quelle est la nature de la section ABCD ?
2. Calcule ses dimensions.



Solution :

1. Nature de la section ABCD.

Sachant que la section d'un cylindre par un plan parallèle à l'axe est un rectangle, alors ABCD est un rectangle.

2. Dimensions de la section ABCD

BC est égale à la hauteur du cylindre soit 15 cm.

Calcul de AB

Dans le triangle OHB rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$OB^2 = OH^2 + HB^2$$

$$7^2 = 3^2 + HB^2$$

$$49 = 9 + HB^2$$

$$HB^2 = 49 - 9$$

$$HB^2 = 40$$

$$HB = \sqrt{40}$$

Comme $OA = OB$ (car il s'agit de deux rayons d'un même cercle), alors le triangle OAB est isocèle en O et donc la hauteur est aussi la médiane.

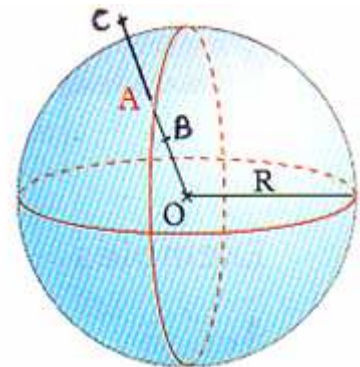
Ainsi H est le milieu de [AB] et donc $AB = 2 \times \sqrt{40}$

Conclusion : Les dimensions du rectangle ABCD sont 15 cm et $2\sqrt{40}$ cm

II- Sphère et boule :

a) Définition :

La sphère de centre O et de rayon R est l'ensemble des points M tels que $OM=R$



b) Aire de la sphère :

$Aire = 4 \pi R^2$ R désigne le rayon de la sphère

Exemple : Surface terrestre (rayon de la terre ≈ 6370 km)

$$A = 4 \pi r^2 \approx 509\,904\,364 \text{ km}^2.$$



c) **Volume de la boule :**

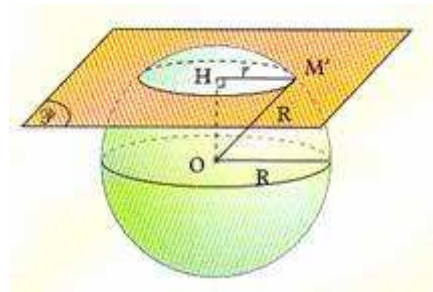
$$Volume = \frac{4}{3} \pi R^3 \quad R \text{ désigne le rayon de la sphère}$$

Exemple : Volume de la terre

$$\mathcal{V} = \frac{4}{3} \pi r^3 \approx 1\,082\,696\,932\,000 \text{ km}^3$$

d) **Section par un plan :**

La section d'une sphère par un plan est **un cercle** .



Application :

On sectionne une sphère de rayon $R = 10 \text{ cm}$ par un plan situé à une distance $OH = 8 \text{ cm}$ de O.

- Quelle est la nature de la section ?
- Calculer r .

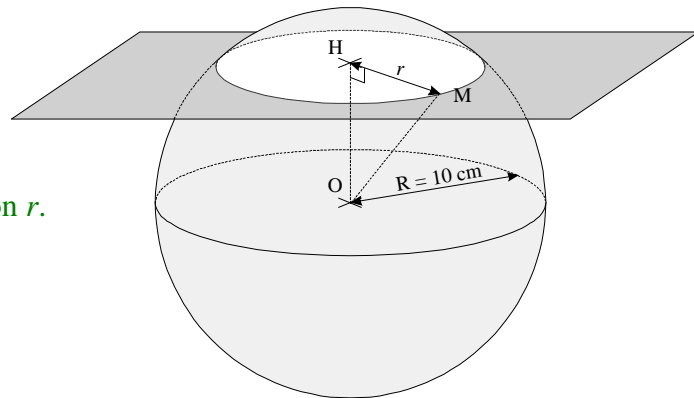
La section obtenue est un cercle de centre H et de rayon r .
OHM est rectangle en H, donc d'après le théorème de Pythagore on a : $OM^2 = OH^2 + HM^2$

M est un point de la sphère, donc $OM = R$.

$$R^2 = h^2 + r^2$$

$$r^2 = R^2 - h^2 = 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36.$$

$$\text{Donc } r = \sqrt{36} = 6 \text{ (en cm).}$$



Fiche Aires – volumes à la suite

Résumé sur les formules d'AIRES et VOLUMES

<p>①</p> <p style="text-align: center;">Rectangle</p> <p style="text-align: center;">AB = Longueur = L BC = Largeur = l</p> <p style="text-align: center;">Aire = $L \times l$</p> <p style="text-align: center;">Périmètre = $(L + l) \times 2$</p>	<p>②</p> <p style="text-align: center;">Carré</p> <p style="text-align: center;">AB = Côté = c</p> <p style="text-align: center;">Aire = $c \times c = c^2$</p> <p style="text-align: center;">Périmètre = $4 \times c$</p>
<p>③</p> <p style="text-align: center;">Parallélogramme</p> <p style="text-align: center;">DC = Base = b AH = Hauteur = h</p> <p style="text-align: center;">Aire = $b \times h$</p>	<p>④</p> <p style="text-align: center;">Triangle</p> <p style="text-align: center;">BC = Base = b AH = Hauteur = h</p> <p style="text-align: center;">Aire = $\frac{b \times h}{2}$</p>
<p>⑤</p> <p style="text-align: center;">Losange</p> <p style="text-align: center;">AC = Petite diagonale = d BD = Grande diagonale = D</p> <p style="text-align: center;">Aire = $\frac{D \times d}{2}$</p>	<p>⑥</p> <p style="text-align: center;">Trapèze</p> <p style="text-align: center;">AB = Petite base = b DC = Grande base = B AH = Hauteur = h</p> <p style="text-align: center;">Aire = $\frac{(B + b) \times h}{2}$</p>
<p>⑦</p> <p style="text-align: center;">Triangle rectangle</p> <p style="text-align: center;">AC = Base = b AB = Hauteur = h</p> <p style="text-align: center;">Aire = $\frac{b \times h}{2}$</p>	<p>⑧</p> <p style="text-align: center;">Disque</p> <p style="text-align: center;">OA = Rayon = R AB = Diamètre = $2 \times R$</p> <p style="text-align: center;">Aire = $\pi \times R^2$</p> <p style="text-align: center;">Périmètre = $2 \times \pi \times R$</p>

① **Volume d'un cube** : (arête a) $V = a \times a \times a = a^3$

② **Volume d'un pavé droit** : (Longueur L , largeur l , hauteur h) $V = L \times l \times h$

③ **Volume d'un prisme droit** : (Aire de la base A , hauteur h) $V = A \times h$

④ **Volume d'un cylindre de révolution** : (Rayon R , hauteur h) $V = A \times h = \pi \times R^2 \times h$

⑤ **Volume d'une pyramide** : (Aire de la base A , hauteur h) $V = \frac{A \times h}{3}$

⑥ **Volume d'un cône de révolution** : (Rayon R , hauteur h) $V = \frac{A \times h}{3} = \frac{\pi \times R^2 \times h}{3}$

