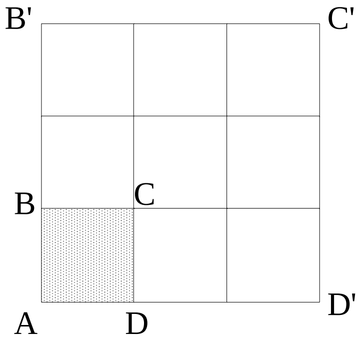
Thème 15 : **Agrandissement- Réduction** :

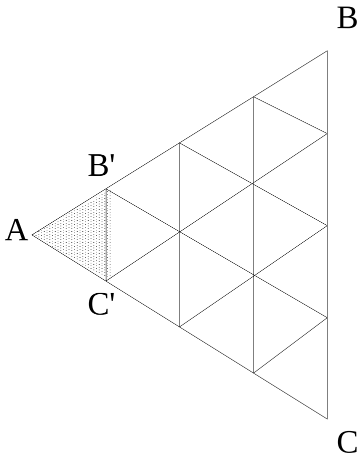
Exemples :



Le carré AB'C'D' s'obtient en multipliant par 3 le côté du carré ABCD, donc :

Aire (AB'C'D') $= 3^2 \times$ aire (ABCD)

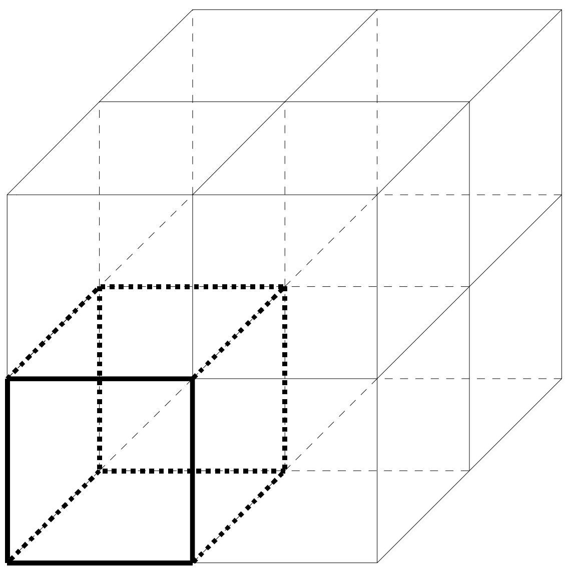
$= 9 \times$ aire (ABCD)



Le triangle AB'C' s'obtient en multipliant par $\frac{1}{4}$ les côtés du triangle ABC, donc :

Aire (AB'C') $= \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times$ aire (ABC

$= \frac{1}{16} \times$ aire (ABC)



Le grand cube s'obtient en multipliant par 2 le côté du petit cube, donc :

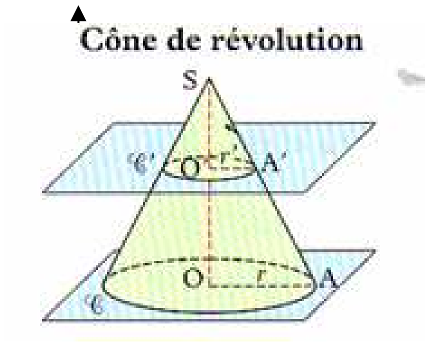
Volume (grand cube) $= 2^3 \times$ volume (petit cube)

Volume (grand cube) $= 8 \times$ volume (petit cube)

Pour un agrandissement ou une réduction de rapport **k** :

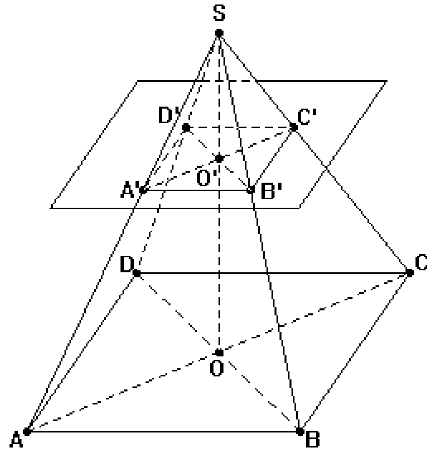
- Les longueurs sont multipliées par **k**
- Les aires sont multipliées par **k²**
- Les volumes sont multipliés par **k** ^{3}

La section d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base est **un cercle**.



$$k = \frac{SO'}{SO} = \frac{SA'}{SA} = \frac{A'B'}{AB}$$

La section d'une pyramide par un plan parallèle à la base est une réduction du polygone de base

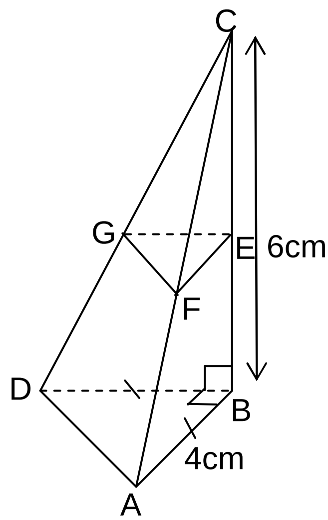


Exemple 1 :*Une pyramide réduite :*

Les faces CBA et CBD de la pyramide sont des triangles rectangles en B et la base DBA est un triangle rectangle et isocèle en B.
CB = 6 cm et AB = 4 cm.

1) Calculer :
• L'aire du triangle DBA ;
• Le volume de la pyramide CDAB.

2) On coupe la pyramide par un plan parallèle à la base passant par le point E tel que CE = 3 cm.
La pyramide CGFE est une réduction de la pyramide CDAB.
Calculer:
• Le coefficient de réduction ;
• L'aire du triangle GEF ;
• Le volume de la pyramide CGFE.



1) • $\mathscr{A}_{DBA}$ = B x h : 2 = 4 x 4 : 2 = 8 cm^2
• $\mathscr{V}_{CDAB}$ = $\mathscr{A}_{DBA}$ x H : 3 = 8 x 6 : 3 = 16 cm^3

2) • $\frac{CE}{CB} = \frac{3}{6} = 0{,}5$

0,5 est le coefficient de réduction.
Les longueurs sont multipliées par 0,5.

• (EF = GE= 0,5 x 4 = 2 cm)
$\mathscr{A}_{GEF}$ = B x h : 2 = 2 x 2 : 2 = 2 cm^2
Compléter : $\mathscr{A}_{GEF}$ = ? x $\mathscr{A}_{DBA}$
2 = ? x 8

$? = 2 : 8 = 0{,}25 \; (= 0{,}5^2)$

$\mathcal{A}_{GEF} = 0{,}5^2 \times \mathcal{A}_{DBA}$

Les aires sont multipliées par $0{,}5^2$.

- $\mathcal{V}_{CGFE} = \mathcal{A}_{GEF} \times H : 3 = 2 \times 3 : 3 = 2\ cm^3$

Compléter : $\mathcal{V}_{CGFE} = ? \times \mathcal{V}_{CDAB}$

$2 = ? \times 16$

$? = 2 : 16 = 0{,}125 \; (= 0{,}5^3)$

$\mathcal{V}_{CGFE} = 0{,}5^3 \times \mathcal{V}_{CDAB}$

Les volumes sont multipliés par $0{,}5^3$.

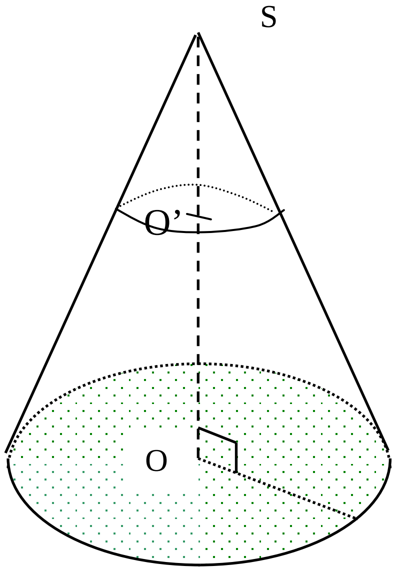
Exemple 2 :Un cône réduit

On réalise la section d'un cône de hauteur OS = 6 cm par un plan parallèle à la base tel que SO' = 2 cm.

On donne le volume du grand cône : $V = 43{,}2\ cm^3$

Et l'aire de la base $A = 21{,}6\ cm^2$.

1. Quelle est la nature de la section ?
2. Calculer le volume V' du petit cône et l'aire A' de sa base.



Solution :

1. La section obtenue est un disque de centre O'. En effet, la section d'un cône de révolution par un plan parallèle à la base est un disque qui est une réduction du disque de base.

2. Le cône de sommet S et de hauteur SO' est une réduction du cône de sommet S et de hauteur OS.

Le coefficient de réduction est : $k = \dfrac{SO'}{SO} = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$

Le petit cône étant une réduction du grand cône dans le rapport $\frac{1}{3}$, donc :

$$V' = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \times V \quad = \frac{1}{27} \times 43{,}2 = 1{,}6$$

Le volume du petit cône est 1,6 cm^3.

$$A' = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times A \quad = \frac{1}{9} \times 21{,}6 = 2{,}4\ \text{cm}^2$$

L'aire du petit cône est 2,4 cm^2.