

Thème 14 : Probabilités

I- Expérience aléatoire :

Exemples et vocabulaire

- Lancé d'une pièce et on regarde la face supérieure : Il y a deux résultats ou **issues** possibles .
- Lancé d'un dé à 6 faces : Il y a 6 **issues** possibles .
- Tirer une carte dans un jeu de 32 cartes : Il y a 32 **issues** possibles.



INFO

Qu'est-ce qu'une expérience **aléatoire** ?

Une expérience (lancé de pièce) est **aléatoire** quand elle a plusieurs **issues** (pile ou face) et qu'on ne peut pas **prévoir** le résultat qui va se produire.



INFO

Qu'est-ce qu'un **événement** ?

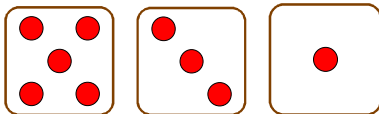


Exemple : « le dé cubique »

► **Expérience** : On lance un dé cubique et on repère le numéro obtenu.

► Cette expérience admet **6 issues** : 1, 2, 3, 4, 5 et 6.

► On considère : **l'évènement A** : « on a obtenu un nombre impair »



L'évènement **A** est constitué de **3 issues** « 1 », « 3 » et « 5 ».

Un événement est formé de une ou plusieurs issues d'une même expérience aléatoire .



INFO

Calculer la probabilité de cet **événement** ?

La probabilité d'obtenir un nombre impair est $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$; on note $p(A) = \frac{1}{2}$

II- Notion de Probabilité :

a) Arbres des possibles :

Exemple : « des billes de différentes couleurs »

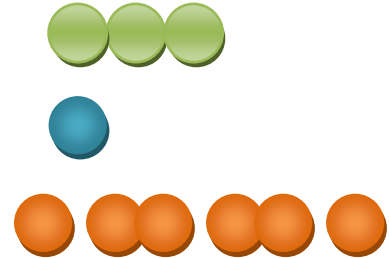
Un sachet contient 3 billes vertes, 1 bille bleue et 6 billes oranges.

On tire, au hasard, une bille du sachet ;il y a 3 cas possibles :

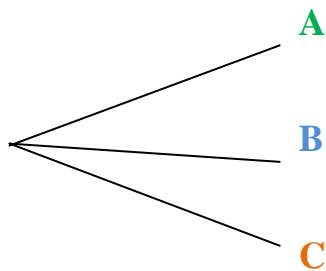
A : « la bille est verte » ;

B : « la bille est bleue » ;

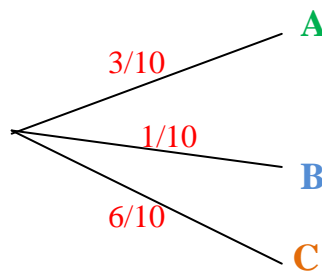
C : « la bille est orange ».



Arbre des possibles :



Arbre pondéré des possibles :



$$\text{On vérifie que } \frac{3}{10} + \frac{1}{10} + \frac{6}{10} = 1$$

L'arbre des possibles permet de visualiser toutes les issues d'une expérience aléatoire .

b) Propriétés des probabilités :

La probabilité p d'un événement est comprise entre 0 et 1.



Événement certain
Événement impossible

Equiprobabilité



Exemple :

On lance un dé à 8 faces non truqué.
On regarde le numéro sur la face

- Il y a **8 issues** possibles .

1 2 3 4 5 6 7 8



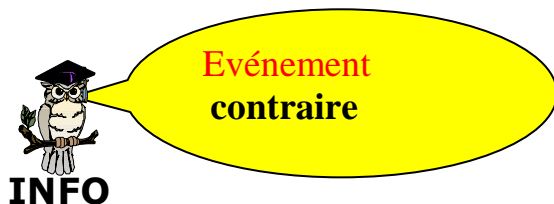
La probabilité de chaque issue est $\frac{1}{8}$; il y a équiprobabilité .

- Soit l'événement B : Le nombre apparu est compris entre 1 inclus et 8 inclus .

On a $p(B) = \frac{8}{8} = 1$; l'événement est **certain** ; il se réalise forcément.

- Soit l'événement C : Le nombre apparu est 12 .

On a $p(C) = \frac{0}{8} = 0$; l'événement est **impossible** ; il ne peut pas se réaliser.



Dans un casino, un jeu de roulette simplifié (non truqué) est numéroté de 1 à 10, avec les numéros 1 à 5 en rouge et les numéros 6 à 10 en noir.

Il y a 10 issues possibles : 1 ;2

Soit l'événement R : On obtient un numéro rouge .

On a $p(R) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

L'événement **contraire** est N : On obtient un numéro noir.

On a $p(N) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

Autre exemple : Je tire une carte dans un jeu de 32 .

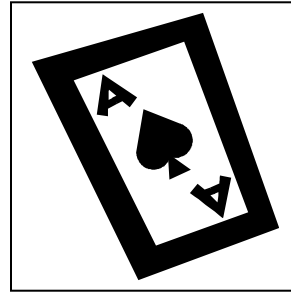
Il y a 32 issues possibles .

Soit D : je tire un as .

$$\text{On a } p(D) = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$$

L'événement **contraire** est E : je ne tire pas un as

$$\text{On a } p(E) = \frac{28}{32} = \frac{7}{8} \text{ ou bien } p(E) = 1 - p(D) = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$



La somme des probabilités d'un événement et de son contraire est 1 .



Pour
s'entraîner :

Exercices suivants

Exercice n°1: brevet 2 009

Trois personnes, Aline, Bernard et Claude ont chacune un sac contenant des billes.

Chacune tire au hasard une bille de son sac.

1) Le contenu des sacs est le suivant

Sac d'Aline :

5 billes rouges

Sac de Bernard :

10 billes rouges
et
30 billes noires

Sac de Claude :

100 billes rouges
et
3 billes noires

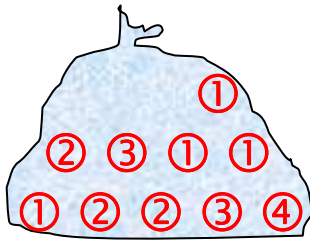
Laquelle de ces personnes a la probabilité la plus grande de tirer une bille rouge ?

2) On souhaite qu'Aline ait la même probabilité que Bernard de tirer une bille rouge.
Avant le tirage, combien de billes noires faut-il ajouter pour cela dans le sac d'Aline ?

Exercice n°2:

Un sac opaque contient les boules représentées ci-dessous ; un nombre de points est indiqué sur chacune d'elles.

On tire au hasard une boule et on lit le nombre de points.



1. Dessine l'arbre des possibles par les probabilités données sous forme fractionnaire et décimale.
2. Calcule la probabilité de l'événement A : « obtenir au moins 2 points ».

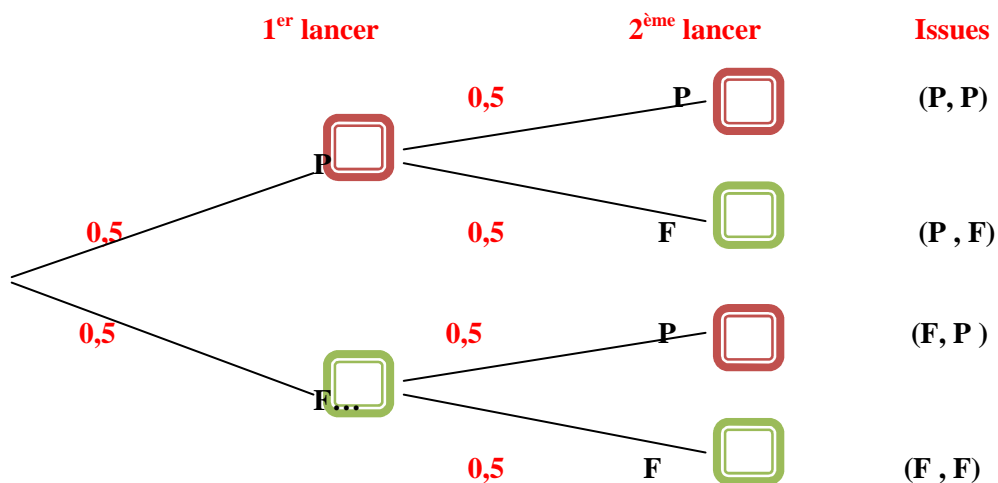
III- Expériences aléatoires à deux épreuves :

Exemple 1 : « Lancer deux fois une pièce de monnaie »

On effectue l'expérience suivante :

- ▶ On lance une première fois la pièce de monnaie et on note les issues possibles : P ou F
- ▶ On lance une deuxième fois la pièce de monnaie et on note les issues possibles : P ou F

Complète l'arbre pondéré des possibles



Info :

- Sur l'arbre des possibles d'une expérience aléatoire à deux épreuves, une succession de deux branches est appelé un chemin.
- Avec un arbre, la probabilité de l'issue auquel conduit un chemin est égal au **produit des probabilités** rencontrées le long de ce chemin.

La probabilité de l'issue (P;P) est : $0,5 \times 0,5 = 0,25$

La probabilité de l'issue (F ;F) est : $0,5 \times 0,5 = 0,25$



Exemple2 :

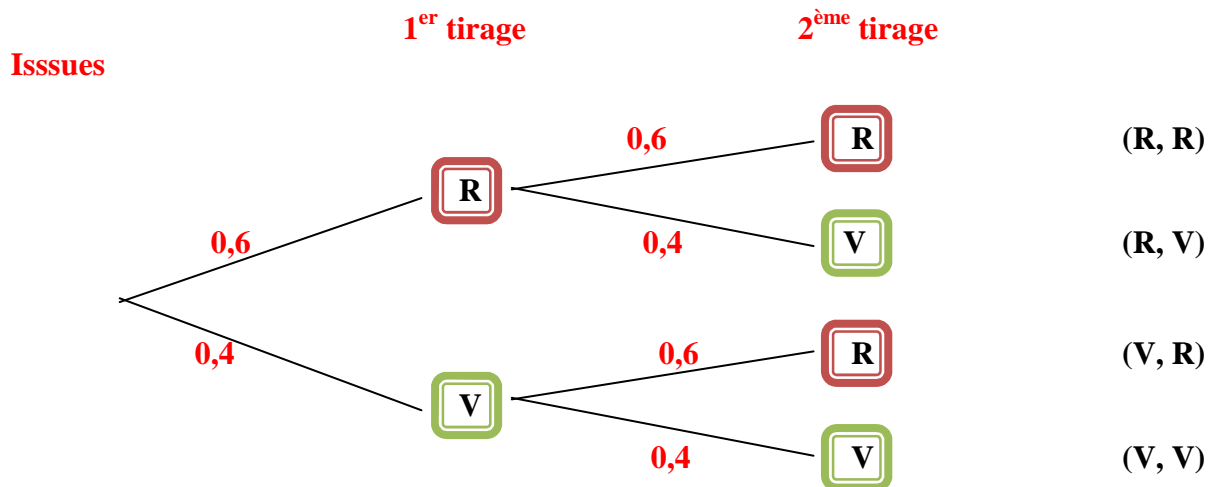
Une urne opaque contient **trois** boules rouges (B), **deux** boules vertes (V).
On tire une boule au hasard, on la remet dans l'urne, puis on tire une deuxième boule au hasard.

1. Dessine l'arbre pondéré des possibles par les probabilités sous forme décimale.
2. Calcule la probabilité de tirer deux boules rouges.
3. Calcule la probabilité de tirer deux boules de même couleur.



Solution :

1. L'arbre pondéré des possibles.



2. Probabilité de tirer deux boules rouges

Il s'agit de calculer la probabilité dont l'issue est (R, R)

On a : $0,6 \times 0,6 = 0,36$.

Conclusion : **La probabilité de tirer deux boules rouges est 0,36.**

3. Probabilité de tirer deux boules de même couleur

Il s'agit de calculer la probabilité dont les issues sont (R, R) et (V, V).

Comme ces deux issues sont incompatibles, pour calculer la probabilité de tirer deux boules de même couleur, on ajoute les probabilités de ces issues.

On a : $0,6 \times 0,6 + 0,4 \times 0,4 = 0,36 + 0,16 = 0,52$.

Conclusion : **La probabilité de tirer deux boules de même couleur est 0,52.**



Pour
approfondir

Exercice suivant

Exercice:

On réalise une expérience aléatoire qui consiste à jeter :

- ① un dé ordinaire à six faces ;
- ② un jeton dont les faces sont marquées 1 et 2.

Le résultat de l'expérience est la somme du nombre indiqué sur le dé avec le nombre sur le jeton.

1. Dessine un arbre dont le premier niveau représente les issues possibles pour le dé et le second niveau, les issues possibles pour les jetons.
2. Quelle est la probabilité d'avoir un résultat égal à 2 ? égal à 8 ?
3. **a.** Quelles sont les deux manières d'obtenir un résultat égal à 5 ?
b. En déduire la probabilité d'un résultat égal à 5.



**Premier lancer
(Résultats obtenus)**

Deuxième

ISSUES

