Exercices d'entraînement

Développer et réduire

1 *Vrai ou faux ?*

Justifie tes réponses.

- x^2 est toujours égal à $2x$.

Faux, par exemple, si $x = 3$, alors $x^2 = 9$, mais $2x = 6$

- $(5x)^2$ est toujours égal à $5x^2$.

Faux, $(5x)^2 = 5x \times 5x = 25x^2$

- $8x - 3$ est toujours égal à $5x$.

Faux, par exemple pour $x = 2$,
$8x - 5 = 8 \times 2 - 5 = 11$, mais $5x = 5 \times 2 = 10$

- $18X$ est toujours égal à $2 \times x \times 9$.

Vrai, $2 \times x \times 9 = 2 \times 9 \times x = 18x$

- $2x^2 + 9x$ est toujours égal à $11x^3$.

Faux, par exemple, pour $x = 2$,
$2x^2 + 9x = 2 \times 2^2 + 9 \times 2 = 8 + 18 = 26$,
mais $11 \times 2^3 = 11 \times 8 = 88$

- $4x^2 + 5x + 9$ est toujours égal à $9 + 4x^2 + 5x$.

Vrai, dans une suite d'addition, on peut écrire les termes dans l'ordre qu'on veut.

2 Supprime les parenthèses puis réduis.

$A = (3x^2 + 8) - (21 + x^2)$

$A = 3x^2 + 8 - 21 - x^2$
$A = 2x^2 - 13$

$B = 17x - (5x^2 + 9 - 4x)$

$B = 17x - 5x^2 - 9 + 4x$
$B = -5x^2 + 21x - 9$

$C = (4x^2 + 7x + 21) - (x^2 + 2x - 13)$

$C = 4x^2 + 7x + 21 - x^2 - 2x + 13$
$C = 3x^2 + 5x + 34$

3 *Chasse aux bulles*

$-x^2$ $3x$ $2x^2$ 4 $-7x$ $8x$ 2 $20x^2$ $-6x$ $3x^2$

Développe et réduis ces expressions en utilisant les bulles pour répondre. Chaque bulle ne doit être utilisée qu'une seule fois dans l'exercice.

$A = 2x(x - 3) = 2x^2 \; -6x$

$B = (5x + 2) \times 4x = 20x^2 \; 8x$

$C = (x + 1)(4 - x) = -x^2 \; 3x \; 4$

$D = (x - 2)(3x - 1) = 3x^2 \; -7x \; 2$

4 *Distributivité*

Développe et réduis ces expressions.

$A = \dfrac{11}{4}x(8x - 10)$

$A = 22x^2 - \dfrac{55}{2}x$

$B = (x + 9)(3 - 2x)$
$B = 3x - 2x^2 + 27 - 18x$
$B = -2x^2 - 15x + 27$

$C = (3y + 5)(10 + y)$
$C = 30y + 3y^2 + 50 + 5y$
$C = 3y^2 + 35y + 50$

$D = (z - 2)(3 - z)$
$D = 3z - z^2 - 6 + 2z$
$D = -z^2 + 5z - 6$

$E = 5(3g + 1)(g - 2)$
$E = (15g + 5)(g - 2)$
$E = 15g^2 - 30g + 5g - 10$
$E = 15g^2 - 25g - 10$

$F = (2x - 1)(x^2 + 3)$
$F = 2x^3 + 6x - x^2 - 3$
$F = 2x^3 - x^2 + 6x - 3$

Exercices d'entraînement

5 *Développe et réduis ces expressions.*

$A = \frac{7}{3}(6x+3) + \frac{5}{2}(4-2x)$

$A = 14x + 7 + 10 - 5x$
$A = 9x + 17$

$B = 4(1 - 7y) + (4y - 5)(y - 1)$
$B = 4 - 28y + 4y^2 - 4y - 5y + 5$
$B = 4y^2 - 37y + 9$

$C = 3t(t + 1) + (5 + t)(t - 2)$
$C = 3t^2 + 3t + 5t - 10 + t^2 - 2t$
$C = 4t^2 + 6t - 10$

$D = (4k - 1)(9 + k) - 9k(10 - 3k)$
$D = 36k + 4k^2 - 9 - k - 90k + 27k^2$
$D = 31k^2 - 55k - 9$

$E = (m + 2)(8 + 3m) - 2(1 - m)(m - 7)$

$= 8m + 3m^2 + 16 + 6m - 2(m - 7 - m^2 + 7m)$

$= 8m + 3m^2 + 16 + 6m - 2m + 14 + 2m^2 - 14m$

$= 5m^2 - 2m + 30$

6 *Carré d'une somme*

Développe puis réduis ces expressions.

$A = (a + 6)^2$

$A = a^2 + 12a + 36$

$B = (t + 10)^2$

$B = t^2 + 20t + 100$

$C = (5p + 4)^2$

$C = 25p^2 + 40p + 16$

$D = (5x + 2)^2$

$D = 25x^2 + 20x + 4$

$E = (4x + 7)^2$

$E = 16x^2 + 56x + 49$

$F = (1{,}5b + 3{,}4)^2$

$F = 2{,}25b^2 + 10{,}2b + 11{,}56$

$G = (0{,}7 + 2z)^2$

$G = 0{,}49 + 2{,}8z + 4z^2$

$H = (1{,}2 + y)^2$

$H = 1{,}44 + 2{,}4y + y^2$

7 *Carré d'une différence*

Développe puis réduis ces expressions.

$A = (5 - t)^2$

$A = 25 - 10t + t^2$

$B = (x - 8)^2$

$B = x^2 - 16x + 64$

$C = (4y - 1)^2$

$C = 16y^2 - 8y + 1$

$D = (3x - 7)^2$

$D = 9x^2 - 42x + 49$

$E = (6 - 9w)^2$

$E = 36 - 108w + 81w^2$

$F = (p - 2{,}4)^2$

$F = p^2 - 4{,}8p + 5{,}76$

$G = (10q - 1)^2$

$G = 100q^2 - 20q + 1$

$H = (1{,}4x - 1)^2$

$H = 1{,}96x^2 - 2{,}8x + 1$

8 *Une autre identité*

Développe puis réduis ces expressions.

$A = (x - 2)(x + 2)$

$A = x^2 - 4$

$B = (5 - y)(5 + y)$

$B = 25 - y^2$

$C = (3x + 5)(3x - 5)$

$C = 9x^2 - 25$

$D = (10 - 7z)(10 + 7z)$

$D = 100 - 49z^2$

$E = (5 + 4g)(5 - 4g)$

$E = 25 - 16g^2$

$F = (2{,}1x - 3)(2{,}1x + 3)$

$F = 4{,}41x^2 - 9$

$G = (2i + 6{,}1)(2i - 6{,}1)$

$G = 4i^2 - 37{,}21$

$H = (3{,}2j + 4)(4 - 3{,}2j)$

$H = 16 - 10{,}24j^2$

9 *Méli-mélo*

Développe puis réduis ces expressions.

A = $(9x - 7)^2$

A = $81x^2 - 126x + 49$

B = $(x + 9)(11 - 5x)$

B=$11x - 5x^2 + 99 - 45x$
B = $-5x^2 - 34x + 99$

C = $(2x - 3)(2x + 3)$

C = $4x^2 - 9$

D = $(11 + 8x)^2$

D = $121 + 176x + 64x^2$

E = $(x + 1)^2 + 7x(2 - x)$

E = $x^2 + 2x + 1 + 14x - 7x^2$
E = $-6x^2 + 16x + 1$

F = $(x + 3)(2x - 1) - 3x(2x + 5)$
F = $2x^2 - x + 6x - 3 - 6x^2 - 15x$
F = $-4x^2 - 10x - 3$

G = $(4t + 1)(4t - 1) - (3t + 2)^2$

G = $16t^2 - 1 - (9t^2 + 12t + 4)$
G = $16t^2 - 1 - 9t^2 - 12t - 4$
G = $7t^2 - 12t - 5$

H = $2(s + 5)(s - 5) + (4s + 3)^2$

H = $2(s^2 - 25) + 16s^2 + 24s + 9$
H = $2s^2 - 50 + 16s^2 + 24s + 9$
H = $18s^2 + 24s - 41$

I = $(3x + 4)^2 - (1 - 2x)(6 + x)$

I = $9x^2 + 24x + 16 - (6 + x - 12x - 2x^2)$
I = $9x^2 + 24x + 16 - 6 - x + 12x + 2x^2$
I = $11x^2 + 35x + 10$

10 *Avec des fractions*

Développe puis réduis ces expressions.

a. $\left(n - \frac{1}{6}\right)^2$

$= n^2 - \frac{1}{3}n + \frac{1}{36}$

b. $\left(t + \frac{1}{4}\right)^2$

$= t^2 + \frac{t}{2} + \frac{1}{16}$

c. $\left(y + \frac{2}{5}\right)\left(y - \frac{2}{5}\right)$

$= y^2 - \frac{4}{25}$

d. $\left(4x - \frac{3}{8}\right)^2$

$= 16x^2 - 3x + \frac{9}{64}$

e. $\left(3x + \frac{7}{2}\right)^2$

$= 9x^2 + 21x + \frac{49}{4}$

f. $\left(\frac{2}{3}w + 5\right)\left(5 - \frac{2}{3}w\right)$

$= 25 - \frac{4}{9}w^2$

11 Recopie et complète les expressions.

a. $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$

b. $(y - 3)^2 = y^2 - 6y + 9$

c. $(k + 6)(k - 6) = k^2 - 36$

d. $(3x + 2)^2 = 9x^2 + 12x + 4$

e. $(1 - 7x)(1 + 7x) = 1 - 49x^2$

f. $(3x - 8)^2 = 9x^2 - 48x + 64$

g. $(10y + 3)(10y - 3) = 100y^2 - 9$

12 Calcule mentalement.

a. 99^2
$= (100 - 1)^2$
$= 10\,000 - 200 + 1$
$= 9\,801$

b. 102^2
$= (100 + 2)^2$
$= 10\,000 + 400 + 4$
$= 10\,404$

c. 95×105
$= (100 - 5)(100 + 5)$
$= 10\,000 - 25$
$= 9\,975$

d. 49^2
$= (50 - 1)^2$
$= 2\,500 - 100 + 1$
$= 2\,401$

e. $1\,009^2$
$= (1\,000 + 9)^2$
$= 1\,000\,000 + 18\,000 + 81$
$= 1\,018\,081$

f. $1\,001 \times 999$
$=(1\,000 - 1)(1\,000 + 1)$
$= 1\,000\,000 - 1$
$= 999\,999$

Factoriser

13 *Vocabulaire*

a. Recopie et complète la phrase.

« Quand on effectue une addition, les deux nombres additionnés s'appellent les termes et le résultat s'appelle la somme. »

b. Écris une phrase du même type pour la multiplication et une autre pour la soustraction.

« Quand on effectue une multiplication, les deux nombres multipliés s'appellent les facteurs et le résultat s'appelle le produit. »

« Quand on effectue une soustraction, les deux nombres de cette opération s'appellent les termes et le résultat s'appelle la différence. »

14 *Traduis par une phrase les expressions données.*

Exemple :

$x(x+1)$ est le produit de x par $(x+1)$.

a. $5x^2 + 9$ est la somme du produit de 5 par x^2, et de 9.

b. $(x+5)(12-x)$ est le produit de $(x+5)$ par $(12-x)$.

c. $9x(8+13x)$ est le produit de 9 par x et par $(8+13x)$.

d. $15 - 30x$ est la différence de 15 et du produit de 30 par x.

e. $(1+2x)+(x-3)$ est la somme de $(1+2x)$ et de $(x-3)$.

f. $(x+7)^2$ est le carré de la somme de x et de 7.

15 *Facteur commun pas très discret*

a. Recopie chaque expression et souligne en couleur un facteur commun.

$A = 5x + 2x + 10x$

$A = 5\underline{x} + 2\underline{x} + 10\underline{x}$

$B = 27x^2 - 27x + 27$

$B = \underline{27}x^2 - \underline{27}x + \underline{27}$

$C = 9x(x-3) + 9x(10+2x)$

$C = \underline{9x}(x-3) + \underline{9x}(10+2x)$

$D = (2x+1)(8+x) - (3x-1)(2x+1)$

$D = \underline{(2x+1)}(8+x) - (3x-1)\underline{(2x+1)}$

b. Factorise chaque expression.

$A = 5\underline{x} + 2\underline{x} + 10\underline{x}$

$A = (5+2+10)x$

$A = 17x$

$B = \underline{27}x^2 - \underline{27}x + \underline{27}$

$B = 27(x^2 - x + 1)$

$C = \underline{9x}(x-3) + \underline{9x}(10+2x)$

$C = 9x[(x-3)+(10+2x)]$

$C = 9x(3x+7)$

$D = \underline{(2x+1)}(8+x) - (3x-1)\underline{(2x+1)}$

$D = (2x+1)[(8+x)-(3x-1)]$

$D = (2x+1)[8+x-3x+1]$

$D = (2x+1)(-2x+9)$

16 *Facteur commun bien plus malin*

a. Recopie chaque expression et transforme-la pour faire apparaître un facteur commun que tu souligneras en couleur.

$E = 10x^2 - 5x + 15$

$E = \underline{5} \times 2x^2 - \underline{5}x + \underline{5} \times 3$

$F = 4x^2 + 7x$

$F = 4x \times \underline{x} + 7\underline{x}$

$G = 9x^2(x+1) + 6x(5+x)$

$G = \underline{3x} \times 3x(x+1) + 2 \times \underline{3x}(5+x)$

$H = (11x-3)^2 + (11x-3)(5+9x)$

$H = \underline{(11x-3)}(11x-3) + \underline{(11x-3)}(5+9x)$

b. Factorise chaque expression.

$E = \underline{5} \times 2x^2 - \underline{5}x + \underline{5} \times 3$

$E = 5(2x^2 - x + 3)$

$F = 4x \times \underline{x} + 7\underline{x}$

$F = x(4x+7)$

$G = \underline{3x} \times 3x(x+1) + 2 \times \underline{3x}(5+x)$

$G = 3x[3x(x+1) + 2(5+x)]$

$G = 3x(3x^2 + 3x + 10 + 2x)$

$G = 3x(3x^2 + 5x + 10)$

$H = \underline{(11x-3)}(11x-3) + \underline{(11x-3)}(5+9x)$

$H = (11x-3)[(11x-3)+(5+9x)]$

$H = (11x-3)[11x - 3 + 5 + 9x]$

$H = (11x-3)(20x+2)$

17 *Sommes ou différences ?*

Factorise ces expressions.

$A = t^2 + 81 + 18t$

$A = (t+9)^2$

$B = 4x^2 - 4xy + y^2$

$B = (2x-y)^2$

$C = 81 + 16y^2 - 72y$

$C = (9-4y)^2$

$D = x^2 + 36 - 12x$

$D = (x-6)^2$

$E = \frac{4}{9}p^2 + \frac{4}{3}pq + q^2$

$E = \left(\frac{2}{3}p + q\right)^2$

$F = \pi^2 + 10\pi + 25$

$F = (\pi+5)^2$

18 Différences de deux carrés

Factorise ces expressions.

$A = x^2 - 16$

$A = (x - 4)(x + 4)$

$B = 1 - y^2$

$B = (1 - y)(1 + y)$

$C = 100x^2 - 9$

$C = (10x - 3)(10x + 3)$

$D = 36 - 81z^2$

$D = (6 - 9z)(6 + 9z)$

$E = 4\pi^2 - 25$

$E = (2\pi - 5)(2\pi + 5)$

$F = (t + 3)^2 - 16$

$F = [(t + 3) - 4][(t + 3) + 4]$
$F = (t - 1)(t + 7)$

$G = (2x + 1)^2 - 25$

$G = [(2x + 1) - 5][(2x + 1) + 5]$
$G = (2x - 4)(2x + 6)$

$H = (3i + 7)^2 - (i + 5)^2$

$H = [(3i + 7) - (i + 5)][(3i + 7) + (i + 5)]$

$H = (2i + 2)(4i + 12)$

19 En mélangeant !

Factorise ces expressions.

$A = 36 - 25x^2$

$A = (6 - 5x)(6 + 5x)$

$B = 100 + 60x + 9x^2$

$B = (10 + 3x)^2$

$C = 2i(i + 1) + 2i(2 + i)$

$C = 2i(i + 1 + 2 + i)$
$C = 2i(2i + 3)$

$D = b^2 - 10b + 25$

$D = (b - 5)^2$

$E = (2 - x)^2 + (2 - x)(9 + x)$

$E = (2 - x)[(2 - x) + (9 + x)]$
$E = (2 - x)(2 - x + 9 + x)$
$E = 11(2 - x)$

$F = (5x + 1)^2 - 81$

$F = (5x + 1 - 9)(5x + 1 + 9)$
$F = (5x - 8)(5x + 10)$

$G = (7d + 2)^2 - (3d + 4)^2$

$G = [(7d + 2) - (3d + 4)][(7d + 2) + (3d + 4)]$
$G = (4d - 2)(10d + 6)$

20 Calcule mentalement.

a. $105^2 - 95^2$

$= (105 - 95)(105 + 95)$
$= 10 \times 200$
$= 2\,000$

b. $1\,001^2 - 1\,000^2$

$(1001+1000)(1001 - 1000)$
$= 2\,001$

c. $2\,008^2 - 8^2$
$= (2\,008 + 8)(2\,008 - 8)$
$= 2\,016 \times 2\,000$
$= 4\,032\,000$

d. $573^2 - 572^2$

$= (573 + 572)(573 - 572)$
$= 1145 \times 1$
$= 1145$

21 Plus fort que la machine ?

On note $V = 100\,000\,001^2 - 100\,000\,000^2$.

a. Calcule mentalement V puis vérifie à la calculatrice ton résultat.

$V = (100\,000\,001 + 100\,000\,000)(100\,000\,001 - 100\,000\,000)$
$= 200\,000\,001 \times 1$
$= 200\,000\,001$

La calculatrice indique $1{,}00000001 \times 10^{16}$

b. Que peux-tu conclure ?

Que la calculatrice ne peut pas faire de calculs avec des grands nombres.

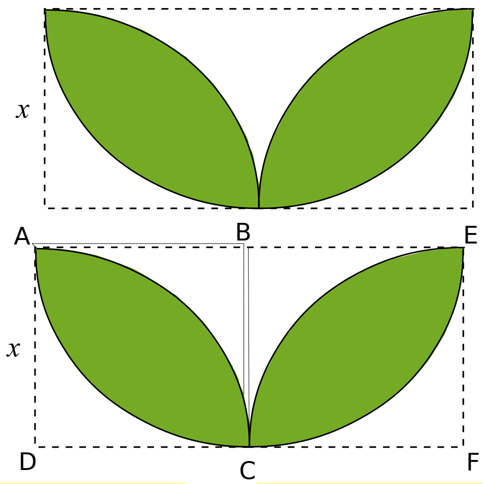
c. Reprends les questions **a.** et **b.** avec le nombre $W = 987\,654\,321^2 - 12\,345\,679^2$

$W = (987\,654\,321 + 12\,345\,679)(987\,654\,321 - 12\,345\,679)$
$= 1\,000\,000\,000 \times 975\,308\,642$
$= 975\,308\,642\,000\,000\,000$

La calculatrice donne $9{,}75308642 \times 10^{17}$.

Calcul littéral et problèmes

22 *Aire*



La partie hachurée correspond à la surface du carré ABCD à laquelle il faut enlever le quart de disque de centre D passant par A et C.

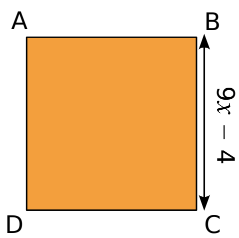
Soit $x^2 - \frac{1}{4}\pi x^2$

Pour trouver l'aire de la surface coloriée, il faut calculer l'aire du rectangle AEFD à laquelle il faut enlever 4 fois l'aire de la surface hachurée.

$2x^2 - 4\left(x^2 - \frac{1}{4}\pi x^2\right) = (\pi - 2)x^2$

23 *En fonction de...*

a. Exprime l'aire du carré ABCD en fonction de x puis développe l'expression ainsi obtenue.



A = $(9x - 4)^2 = 81x^2 - 72x + 16$

b. Calcule l'aire de ce carré lorsque $x = \frac{2}{3}$.

A = $81 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 72 \times \frac{2}{3} + 16$

A = $36 - 48 + 16$

A = 4

24 *Carré*

n désigne un nombre entier.

On pose A = $(3n + 1)^2 + 16n^2 - 26n + 3$.

a. Développe et réduis A.

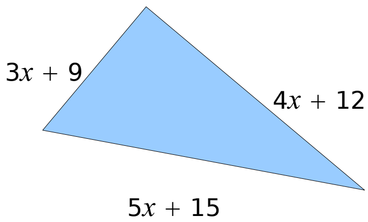
A = $9n^2 + 6n + 1 + 16n^2 - 26n + 3$

A = $25n^2 - 20n + 4$

b. Montre que A est le carré d'un nombre entier.

A = $(5n - 2)^2$

25 *Triangle rectangle*



x est un nombre positif.

Montre que ce triangle est un triangle rectangle.

D'une part

$(5x + 15)^2 = 25x^2 + 150x + 225$

D'autre part

$(3x + 9)^2 + (4x + 12)^2$

$= 9x^2 + 54x + 81 + 16x^2 + 96x + 144$

$= 25x^2 + 150x + 225$

On constate que les deux résultats sont égaux, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle est rectangle.

Résolution d'équations

26 *Quel nombre pour chaque équation ?*

Pour chaque équation, vérifie si les nombres 0 ; 2 et − 1 sont solutions ou pas.

a. $2(x + 1) + 5 = 7$

Pour $x = 0$, $2(0 + 1) + 5 = 7$
Pour $x = 2$, $2(2 + 1) + 5 = 11$
Pour $x = -1$, $2(-1 + 1) + 5 = 5$
Donc seul 0 est solution de cette équation.

b. $2(x + 1) + 5 = 6 + x$

Pour $x = 0$,

D'une part	D'autre part
$2(0 + 1) + 5 = 7$	$6 + 0 = 6$

Pour $x = 2$,

D'une part	D'autre part
$2(2 + 1) + 5 = 11$	$6 + 2 = 8$

Pour $x = -1$,

D'une part	D'autre part
$2(-1 + 1) + 5 = 5$	$6 + (-1) = 5$

Seul le nombre -1 est solution de cette équation.

c. $2(x + 1) + 5 = 3x^2 - x + 1$

Pour $x = 0$,

D'une part	D'autre part
$2(0 + 1) + 5 = 7$	$3 \times 0^2 - 0 + 1 = 1$

Pour $x = 2$,

D'une part	D'autre part
$2(2 + 1) + 5 = 11$	$3 \times 2^2 - 2 + 1 = 11$

Pour $x = -1$,

D'une part	D'autre part
$2(-1 + 1) + 5 = 5$	$3 \times (-1)^2 - (-1) + 1 = 5$

Les nombres 2 et − 1 sont solution de cette équation.

d. $2(x + 1) + 5 = (x + 3)(4 - x)$

Pour $x = 0$,

D'une part	D'autre part
$2(0 + 1) + 5 = 7$	$(0+ 3)(4 - 0) = 12$

Pour $x = 2$,

D'une part	D'autre part
$2(2 + 1) + 5 = 11$	$(2+ 3)(4 - 2) = 10$

Pour $x = -1$,

D'une part	D'autre part
$2(-1 + 1) + 5 = 5$	$(-1 + 3)(4 - (-1))=10$

Les nombres 0 , 2 et -1 ne sont pas solution de cette équation.

27 *Quelle équation pour chaque nombre ?*

a. Écris une équation dont -4 n'est pas une solution.

$x + 1 = 2$

b. Écris une équation dont 3,1 est une solution.

$10x = 31$

c. Écris une équation dont $\frac{5}{7}$ est une solution.

$7x = 5$

28 *Pour redémarrer*

Résous les équations suivantes.

a. $23 + 16x = 31$

$16x = 31 - 23$

$x = \frac{8}{16}$

$x = \frac{1}{2}$

b. $3x - 14 = 9$

$3x = 9 + 14$

$x = \frac{23}{3}$

c. $2,5x + 5,6 = 12$

$2,5x = 12 - 5,6$

$x = \frac{6,4}{2,5}$

$x = 2,56$

d. $5x + 1 = 2x + 19$

$5x - 2x = 19 - 1$

$x = \frac{18}{3}$

$x = 6$

e. $8x + 3 = x + 15$

$8x - x = 15 - 3$

$x = \frac{12}{7}$

f. $7,8i - 8 = 1,3i + 2$

$7,8i - 1,3i = 2 + 8$

$i = \frac{10}{6,5}$

$i = \frac{20}{13}$

29 *Avec des quotients*

Résous les équations suivantes.

a. $\frac{x}{4} + 11 = 2x - 3$

$\frac{x}{4} - \frac{8x}{4} = -3 - 11$

$\frac{-7x}{4} = -14$

$x = \frac{14 \times 4}{7}$

$x = 8$

b. $\frac{7x}{3} - 2 = \frac{5x}{6} + 1$

$\frac{14x}{6} - \frac{5x}{6} = 1 + 2$

$\frac{9x}{6} = 3$

$x = \frac{3 \times 6}{9}$

$x = 2$

c. $\frac{4 + 3x}{5} = \frac{7x - 1}{8}$

$8 \times (4 + 3x) = 5 \times (7x - 1)$

$32 + 24x = 35x - 5$

$24x - 35x = -5 - 32$

$x = \frac{-37}{-11}$

$x = \frac{37}{11}$

d. $\frac{6 - x}{3} = \frac{4x + 1}{2}$

$2 \times (6 - x) = 3 \times (4x + 1)$

$12 - 2x = 12x + 3$

$-2x - 12x = 3 - 12$

$x = \frac{-9}{-14}$

$x = \frac{9}{14}$

30 *Équations produit*

Résous les équations suivantes.

a. $(x + 1)(x - 8) = 0$

Si un produit est nul alors l'un de ses facteurs au moins est nul.
On en déduit que :

$(x + 1) = 0$ ou $(x - 8) = 0$

$x = -1$ ou $x = 8$

b. $(5x - 3)(6 + x) = 0$

Si un produit est nul alors l'un de ses facteurs au moins est nul.
On en déduit que :

$(5x - 3) = 0$ ou $(6 + x) = 0$

$x = \frac{3}{5}$ ou $x = -6$

c. $(11 - 8x)(3x + 7) = 0$

Si un produit est nul alors l'un de ses facteurs au moins est nul.
On en déduit que :

$(11 - 8x) = 0$ ou $(3x + 7) = 0$

$x = \frac{11}{8}$ ou $x = -\frac{7}{3}$

d. $(7 - x)(x - 7) = 0$

Si un produit est nul alors l'un de ses facteurs au moins est nul.
On en déduit que :

$(7 - x) = 0$ ou $(x - 7) = 0$

$x = 7$ ou $x = 7$

e. $2x(3x + 2)(3x - 1) = 0$

Si un produit est nul alors l'un de ses facteurs au moins est nul.
On en déduit que :

$2x = 0$ ou $(3x + 2) = 0$ ou $(3x - 1)= 0$

$x = 0$ ou $x = -\frac{2}{3}$ ou $x = \frac{1}{3}$

31 Soit $A = (y + 5)(y - 2) - 6(y + 5)$.

a. Développe et réduis l'expression A.

$A = y^2 - 2y + 5y - 10 - 6y - 30$

$A = y^2 - 3y - 40$

b. Factorise A.

$A = (y + 5)(y - 2 - 6)$

$A = (y + 5)(y - 8)$

c. Résous l'équation $(y + 5)(y - 8) = 0$.

Si un produit est nul alors l'un de ses facteurs au moins est nul.
On en déduit que :

$y + 5 = 0$ ou $y - 8 = 0$

$y = - 5$ ou $y = 8$

Il y a donc deux solutions : -5 et 8.

32 Soit $B = (3x + 4)^2 - 81$.

a. Développe l'expression B.

$B = 9x^2 + 24x + 16 - 81$

$B = 9x^2 + 24x - 65$

b. Factorise B.

$B = (3x + 4 - 9)(3x + 4 + 9)$

$B = (3x - 5)(3x + 13)$

c. Calcule B pour $x = - 5$ puis pour $x = \frac{5}{3}$.

Dans les deux cas, je vais utiliser la forme factorisée.

Pour $x = - 5$,

$B = (3 \times (- 5) - 5)(3 \times (- 5)+ 13)$

$B = - 20 \times (- 2)$

$B = 40$

Pour $x = \frac{5}{3}$,

$B = (3 \times \frac{5}{3} - 5)(3 \times \frac{5}{3} + 13)$

$B = 0$

d. Résous l'équation $B = 0$.

$(3x - 5)(3x + 13) = 0$

Or si un produit est nul alors l'un de ses facteurs au moins est nul.
On en déduit que :

$(3x - 5) = 0$ ou $(3x + 13) = 0$

$x = \frac{5}{3}$ ou $x = -\frac{13}{3}$

L'équation a donc deux solutions : $\frac{5}{3}$ et $-\frac{13}{3}$.

33 *Cocktail de sommes et de produits*

Résous les équations suivantes.

a. $(5x + 1)(8 - x) = 0$

Si un produit est nul alors l'un de ses facteurs au moins est nul.
On en déduit que :

$(5x + 1) = 0$ ou $(8 - x) = 0$

$x = -\frac{1}{5}$ ou $x = 8$

b. $(3x - 1) + (7 - x)= 0$

$3x - 1 + 7 - x = 0$

$2x = - 6$

$x = - 3$

c. $(8 + 3x) - (x + 3) = 0$

$8 + 3x - x - 3 = 0$

$2x = -5$

$x = -2,5$

d. $(3 - 10x)(x + 23) = 0$

Si un produit est nul alors l'un de ses facteurs au moins est nul.
On en déduit que :

$(3 - 10x) = 0$ ou $(x + 23) = 0$

$x = \dfrac{3}{10}$ ou $x = -23$

e. $6(y + 3) - 2(y - 1) = 0$

$6y + 18 - 2y + 2 = 0$

$4y = -20$

$y = -5$

Problèmes

34 La somme de trois nombres entiers naturels, impairs et consécutifs est égale à 495.
Quels sont ces trois nombres ?

On note le premier de ces nombres impairs de la façon suivante: $2n + 1$, d'où on obtient l'équation :

$(2n + 1) + (2n + 3) + (2n + 5) = 495$

$6n + 9 = 495$

$n = \dfrac{486}{6}$

$n = 81$

Les trois nombres sont 163, 165, 167.

35 Arthur et Charlotte choisissent un même nombre. Arthur le multiplie par 10 puis soustrait 2 au résultat obtenu. Charlotte le multiplie par 8 et ajoute 7 au résultat obtenu. Ils obtiennent tous les deux le même résultat.
Quel nombre Arthur et Charlotte avaient-ils choisi au départ ?

On appelle x le nombre choisi:

$10x - 2 = 8x + 7$

$10x - 8x = 7 + 2$

$2x = 9$

$x = 4,5$

Le nombre choisi par Arthur et Charlotte est 4,5.

36 *Extrait du Brevet*

Aujourd'hui, Marc a 11 ans et Pierre a 26 ans.

Dans combien d'années l'âge de Pierre sera-t-il le double de celui de Marc ?

La démarche suivie sera détaillée.

Soit x le nombre d'années cherché.

$$26 + x = 2 \times (11 + x)$$

$$26 + x = 22 + 2x$$

$$26 - 22 = 2x - x$$

$$4 = x$$

Dans 4 ans, l'âge de Pierre sera le double de celui de Marc.

37 *Histoire d'âges*

Mon père a 23 ans de plus que moi et dans 15 ans, il aura le triple de l'âge que j'ai aujourd'hui. Quel est mon âge ?

Soit x l'âge que j'ai aujourd'hui.

$$x + 23 + 15 = 3 \times x$$

$$38 = 2x$$

$$19 = x$$

J'ai 19 ans.

38 *Programme de calcul*

- Choisis un nombre.
- Calcule son double augmenté de 1.
- Calcule le carré du résultat.

a. Effectue ce programme avec les nombres 7 ; 2,1 et $\frac{3}{5}$.

Avec 7 : $(2 \times 7 + 1)^2 = 15^2 = 225$

Avec 2,1 : $(2 \times 2{,}1 + 1)^2 = 5{,}2^2 = 27{,}04$

Avec $\frac{3}{5}$: $\left(2\times\frac{3}{5}+1\right)^2 = \left(\frac{11}{5}\right)^2 = \frac{121}{25}$

b. Trouve le(s) nombre(s) qui donne(nt) zéro pour résultat.

$$(2x + 1)^2 = 0$$

$$(2x + 1) = 0$$

$$x = -0{,}5$$

39 *Programme de calcul (bis)*

- Choisis un nombre.
- Multiplie le résultat du calcul de son double augmenté de 1 par le résultat du calcul de son triple diminué de 5.

a. Applique ce programme de calcul aux nombres -4 ; 5,1 *et* $\frac{7}{3}$.

Pour -4

$(2\times(-4)+1)(3\times(-4)-5)=(-7)\times(-17)=119$

Pour 5,1

$(2 \times 5{,}1 + 1)(3 \times 5{,}1 - 5)=11{,}2\times10{,}3=115{,}36$

Pour $\frac{7}{3}$

$\left(2\times\frac{7}{3}+1\right)\left(3\times\frac{7}{3}-5\right) = \frac{17}{3} \times 2 = \frac{34}{3}$

b. Quel(s) nombre(s) choisir pour que le résultat obtenu soit égal à zéro ?

$(2x + 1)(3x - 5) = 0$

Si un produit est nul alors l'un de ses facteurs au moins est nul.
On en déduit que :

$(2x + 1) = 0$ ou $(3x - 5) = 0$

$x = -\frac{1}{2}$ ou $x = \frac{5}{3}$

40 *Quelle découpe ?*

On dispose d'une plaque métallique rectangulaire de dimensions 20 cm et 15 cm. On veut y découper quatre carrés identiques.

a. Si on découpe des carrés de 2 cm de côté, quelle est l'aire de la partie restante ?

$15 \times 20 - 4 \times (2 \times 2) = 300 - 16 = 284$.

L'aire de la partie restante est de 284 cm².

b. Si on découpe des carrés de 8 cm de côté, que se passe-t-il ?

On peut faire 2 carrés sur la longueur, mais un seul sur la largeur. On ne ne peut donc découper que 2 carrés dans cette plaque.

c. On veut que l'aire de la partie restante soit exactement égale à 251 cm². Quelle longueur de côté doit-on alors choisir ?

Si on appelle x la longueur de côté du carré, on obtient alors l'équation suivante:

$$20 \times 15 - 4x^2 = 251$$

$$4x^2 = 300 - 251$$
$$4x^2 = 49$$

$$x^2 = \frac{49}{4}$$

soit $x = 3{,}5$ ou $x = -3{,}5$

Comme on cherche une longueur et donc une valeur positive, il faut choisir un carré de largeur 3,5 cm.

Ce résultat est cohérent avec les dimensions de la plaque.

d. Est-il possible, en choisissant bien, qu'il ne reste rien après le découpage ?

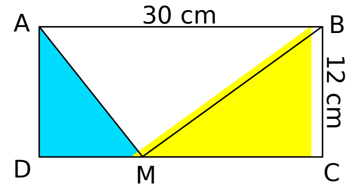
Pour pouvoir découper 4 carrés identiques dans une plaque rectangulaire sans perte de métal, la longueur du côté d'un carré doit être un diviseur commun à 15 et 20, c'est-à-dire 1 ou 5.

Or, dans les deux cas, il restera du métal après le découpage.

Il est donc impossible de découper 4 carrés identiques dans cette plaque sans perte.

41 *Histoire d'aire*

Où doit-on placer le point M sur le côté [DC] de ce rectangle pour que l'aire du triangle ADM soit le tiers de l'aire du triangle BCM ? Justifie.



Si on appelle x la longueur de DM, on obtient l'équation suivante:

$$\frac{12 \times x}{2} = \frac{1}{3} \times \frac{12 \times (30 - x)}{2}$$

$$12 \times x = 4 \times (30 - x)$$

$$12x + 4x = 120$$

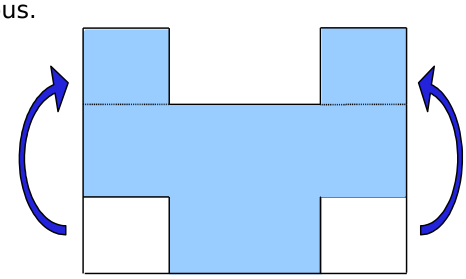
$$x = \frac{120}{16}$$

$$x = 7{,}5$$

En plaçant le point M à 7,5 cm du point D sur le segment [DC], l'aire du triangle ADM est le tiers de l'aire du triangle BMC.

42 *Après découpage*

Dans une plaque rectangulaire de 15 cm de long et 12 cm de large, on découpe deux pièces carrées identiques qu'on recolle suivant le plan ci-dessous.



Quelle doit être la mesure du côté de ces carrés pour que le périmètre de la nouvelle plaque soit égal à 70 cm ? Justifie.

On appelle x la longueur du côté du carré.

On obtient alors l'équation suivante:

$$2 \times 12 + 2 \times 15 + 4x = 70$$

$$54 + 4x = 70$$

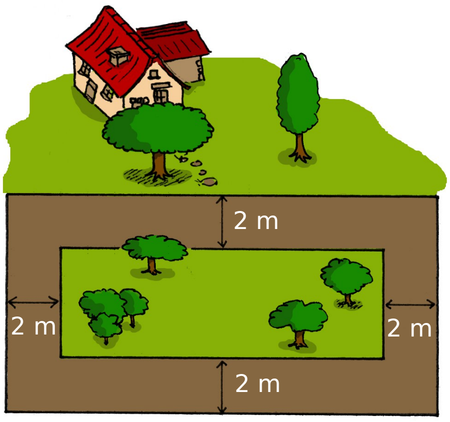
$$4x = 16$$

$$x = 4$$

Le côté du carré doit donc mesurer 4 cm

43 *Dans son jardin*

Madame Anabelle Pelouse possède un terrain rectangulaire dont la longueur est le double de sa largeur. Ce terrain est constitué d'un très beau gazon entouré d'une allée.



a. Sachant que l'aire de l'allée est 368 m², calcule la mesure exacte de la largeur du terrain.

$2 \times x \times 2 + 2 \times (2x - 4) \times 2 = 368$

$4x + 8x - 16 = 368$

$12x = 384$

$x = 32$

La largeur du terrain mesure donc 32 m.

b. Déduis-en, en m², les aires du terrain et de la partie recouverte de gazon.

La longueur du terrain mesure 64 m, et donc son aire vaut 64 × 32 = 2048 m².

Les dimensions de la partie engazonnée sont de 28 m de large sur 60 m de long, ce qui fait une aire de 28 × 60 = 1680 m².

44 *Karting*

Pour pratiquer le karting sur un circuit, il faut d'abord payer 55 € pour la carte de membre annuelle. Ensuite, chaque séance d'une demi-heure revient à 16 €.

Remarque : Une séance d'une heure revient donc à 32 €

a. J'envisage de rouler pendant 20 h. Combien devrai-je payer ?

$55 + 32 \times 20 = 695$.

Je devrai payer 695 €

b. On appelle P le prix à payer et x le nombre d'heures passées sur le circuit. Exprime P en fonction de x.

$P = 55 + 32 \times x$

c. Calcule la valeur de P pour x valant 5 h ; 10 h puis 100 h.

Pour $x = 5$, $P = 55 + 32 \times 5 = 215$

Pour $x = 10$, $P = 55 + 32 \times 10 = 375$

Pour $x = 100$, $P = 55 + 32 \times 100 = 3255$

d. Cette année, je dispose de 430 € pour faire du karting. Combien de temps pourrai-je passer sur le circuit ?

$55 + 32 \times x = 430$

$32x = 375$

$x \approx 11{,}71$

Je pourrai passer 11 h 30 sur le circuit.

45 *Extrait du brevet*

On donne un programme de calcul.

- Choisir un nombre.
- Lui ajouter 4.
- Multiplier la somme obtenue par le nombre choisi.
- Ajouter 4 à ce produit.
- Écrire le résultat.

a. Écrire les calculs permettant de vérifier que si l'on fait fonctionner ce programme avec le nombre -2, on obtient 0.

$(-2+4)\times(-2)+4 = 2\times(-2)+4$

$= -4+4$

$= 0$

b. Donner le résultat fourni par le programme lorsque le nombre choisi est 5.

$(5+4)\times 5+4 = 9\times 5+4$

$= 49$

c. Faire deux autres essais en choisissant à chaque fois un nombre entier et écrire le résultat obtenu sous la forme du carré d'un autre nombre entier. (Les essais doivent figurer sur le cahier.)

Pour 1, on trouve $9 = 3^2$.

Pour 8, on trouve $100 = 10^2$.

d. En est-il toujours ainsi lorsqu'on choisit un nombre entier au départ de ce programme de calcul ? Justifier la réponse.

On appelle x le nombre de départ. On obtient alors le calcul suivant:

$(x+4)\times x+4 = x^2+4x+4$,

soit en factorisant : $(x+2)^2$

e. On souhaite obtenir 1 comme résultat. Quels nombres peut-on choisir au départ ?

On doit résoudre alors l'équation suivante:

$(x+2)^2 = 1$

$(x+2)^2-1 = 0$

$(x+2-1)(x+2+1) = 0$

$(x+1)(x+3) = 0$

soit $x+1=0$ ou $x+3=0$

soit $x=-1$ ou $x=-3$

On peut donc choisir les nombres -1 ou -3

46 Remarquable

a. Effectue les calculs suivants.

- $3^2-2\times 4$

$= 9-8 = 1$

- $5^2-4\times 6$

$= 25-24 = 1$

- $10^2-9\times 11$

$= 100-99 = 1$

- $14^2-13\times 15$

$= 196-195 = 1$

b. Recopie et complète : « Si n est un entier, il semble que $n^2-(n-1)\times(n+1) =$ 1 .».

a. Prouve l'égalité obtenue à la question **b.**.

$n^2-(n-1)\times(n+1) = n^2-(n^2-1)$

$= n^2-n^2+1$

$= 1$

L'égalité de la question **b.** est donc prouvée.