7) Le Triangle "de Pascal"

Histoire du triangle :

Si l’on pense que Blaise Pascal est l’inventeur de ce triangle, on se trompe, car **Chinois** et **Perses** avaient élaboré ce triangle **quelques siècles avant** lui. Cependant, les travaux de Pascal contribueront nettement à faciliter la **compréhension** de ce tableau, c’est pour cela que l’on appelle ce triangle à son nom.

Construction du triangle :

Il existe plusieurs façons de représenter ce triangle, en voici une :

1° On prend une suite de zéros et un nombre un, puis on additionne 1 avec le nombre de gauche, puis avec le nombre de droite.

… 0 0 0 1 0 0 0 …

1 1

2° On répète ensuite cette opération mais cette fois en additionnant les deux nombres 1 avec leurs nombres situés à leur droite et à leur gauche.

0 0 1 1 0 0

1 2 1

3° Et ainsi de suite. Voici les 6 premières lignes du triangle qui peut être poursuivi à l’infini.

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

Utilités de ce triangle

Le triangle de Pascal sert à **calculer des expressions avec des puissances** et coefficients :

* exemple : $(a + b)^4$

- $1^{\text{ère}}$ méthode (sans utiliser le triangle) : (a+b) (a+b) (a+b) (a+b)

Cette méthode peut cependant être longue si l'exposant est un grand nombre.

- $2^{\text{ème}}$ méthode (avec le triangle) : on regarde la cinquième ligne du triangle de Pascal

1 4 6 4 1

car de manière générale, pour $(a + b)^n$ on regarde la $(n + 1)^{\text{ème}}$ ligne du triangle.

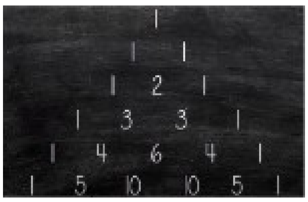
$1\,a^4 + 4\,a^3b + 6\,a^2\,b^2 + 4\,ab^3 + 1\,b^4$ car à chaque terme,
on soustrait une puissance au nombre a
et on en ajoute une au nombre b.

* Ce triangle sert aussi à effectuer des calculs combinatoires, c'est-à-dire combien y a-t-il de combinaisons possibles dans une situation.

exemple: **combien y a-t-il de façons de choisir deux personnes parmi quatre ?**

Dans cette situation, on peut rapidement trouver mentalement qu'il existe 6 combinaisons possibles, mais on peut également le calculer avec le triangle de Pascal:
On note : a = nombre de personnes au total (4)
b = nombre de personnes que l'on veut (2)

On va donc regarder le $(b+1)^{\text{ème}}$ coefficient de la $(a+1)^{\text{ème}}$ ligne
soit le $3^{\text{ème}}$ coefficient de la $5^{\text{ème}}$ ligne.
On trouve donc la valeur 6.



Sources :

https://lewebpedagogique.com/rouy/citoyen/
https://www.youtube.com/watch?v=IzkfjbWffpc&t=541s
https://fr.wikipedia.org/wiki/Blaise_Pascal

réalisé par Thomas L., $3^{\text{ème}}$ G

compléments :
- la suite de Fibonacci apparaît en sommant les termes en « diagonale »
- savez-vous combien y a-t-il de façons de choisir 3 personnes parmi 5 ?
Réponse à la fin de l'affiche 9).