

Pour retrouver les énoncés des énigmes :

<https://wims-rennes.math.cnrs.fr/wims/>

Zone Elèves

Entrer dans la Classe « IREM de Rennes Rallye 2023 – Poste Elève » avec identifiant « irem » et mot de passe « irem ».

puis rentrer les « codeenigme » ci-dessous.

Rallye Noël

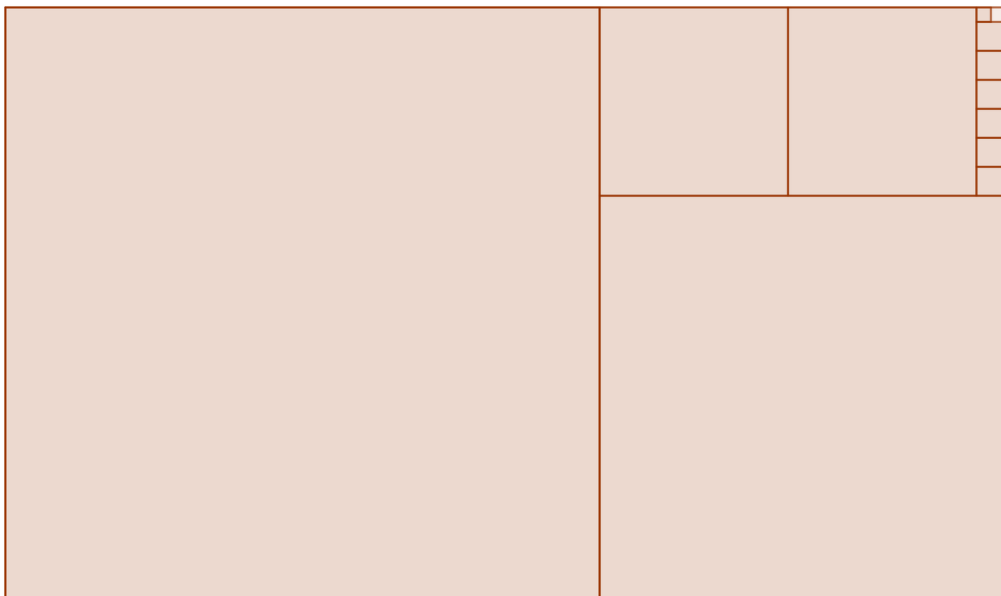
Solutions JEUDI 14/12/23

A1 Des carrés dans un rectangle (codeenigme=1253)

En combien de carrés le rectangle de Marion a-t-il été ainsi pavé ?

Réponse : 12

L'application de l'algorithme (que l'on peut réaliser rapidement avec l'utilisation de « nouvel outil » dans geogebra) permet de réaliser le pavage du rectangle de Marion en 12 carrés.



B1 En triangle ou en carré (codeenigme=7650)

Combien de boules Marie a-t-elle sorties du sac ?

Réponse : 36

On remarque qu'une disposition en triangle de n boules de côtés est composé de :

$1+2+\dots+n$ boules. On peut alors chercher une valeur de $n > 1$ telle que :

$1+2+\dots+n$ soit le carré d'un entier en restant inférieur à 100. Il en existe une seule valeur : $n = 8$

$$1+2+3+4+5+6+7+8 = 36 = 6^2.$$

C1 L'âge de Yann (codeenigme=1178)

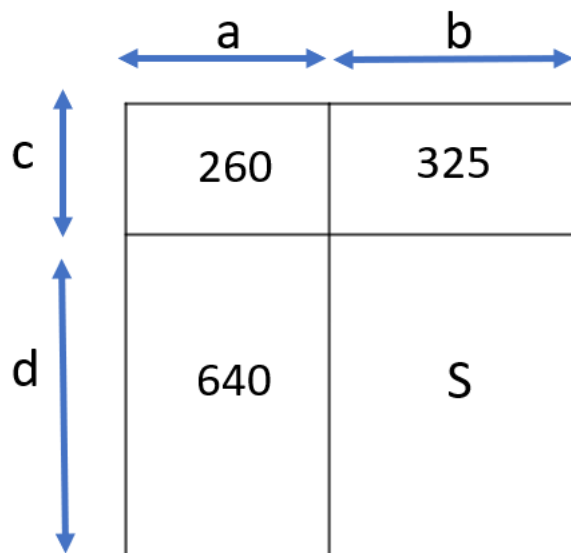
Réponse : 76

Soit du l'âge de Yann. On a $du \geq 32$ et $u = 0 ; 1 ; 5 ; 6$.

On fait 14 essais à la calculatrice (35, 36, 41, ..., 75, 76) et on obtient $76^2 = 5776$.

On peut aussi utiliser un tableur.

A2 Un carré de potager (codeenigme=3560)



Les données numériques de l'énoncé se traduisent par les égalités suivantes :

$$a \times c = 260 \quad (1) ; \quad b \times c = 325 \quad (2) ; \quad a \times d = 640 \quad (3) ; \quad b \times d = S \quad (4).$$

De (2) et (3) on tire : $a \times b \times c \times d = 325 \times 640$.

De (1) et (4) on tire : $a \times b \times c \times d = 260 \times S$.

D'où $260 \times S = 325 \times 640$. On retrouve ici une configuration de Thalès présente dans la figure donnée et qui se traduit par l'égalité $260/640 = 325/S$.

On en tire $S = 800$. La surface totale du carré est donc de 2025. Le côté du carré mesure donc 45 m.

B2 Un message secret (code énigme=2095)

La première chose à établir est le tableau des rangs des lettres de notre alphabet.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

Chacune des lettres du message **initial** de Claire a été soumise aux opérations suivantes : son rang a été multiplié par 3 ; on a ajouté 2 à ce produit puis on a calculé le reste dans la division euclidienne de ce résultat par 26. Ce reste est le rang de la lettre qui remplace la lettre choisie au départ.

Pour décoder le message que Claire a envoyé à Pierre, il faut donc prendre chacune des lettres du message codé et faire subir à son rang les opérations suivantes : Trouver les premiers entiers naturels dont le reste dans la division euclidienne par 26 est le rang de la lettre considérée, lui soustraire 2 et diviser le dernier résultat par 3 (à condition qu'il soit divisible par 3 ...).

La première lettre du message codé de Claire est H. Son rang est 7. Le premier entier naturel ayant pour reste 7 dans la division par 26 est 7 lui-même ; $7 - 2 = 5$; 5 n'est pas divisible par 3... On passe au deuxième entier naturel dont le reste est 7 dans la division par 26, c'est-à-dire 33 ; $33 - 2 = 31$ qui n'est pas non plus divisible par 3. Le troisième entier naturel dont le reste dans la division par 26 vaut 7 est 59 ; $59 - 2 = 57$; $57 : 3 = 19$. La lettre de rang 19 est la lettre T. La lettre H est donc à remplacer par la lettre T.

En décodant chacune des lettres du message codé, on obtient tour à tour les correspondances suivantes :

H	B	O	A	Z	O	V	J	K	E	N	A	P	U	H
T	R	E	I	Z	E	P	L	U	S	V	I	N	G	T

La réponse à l'énigme est donc 33.

C2 Tableau de carrés noirs (code énigme=2583)

Réponse : **17731**

Soit x le nombre de lignes blanches et y le nombre de colonnes blanches.

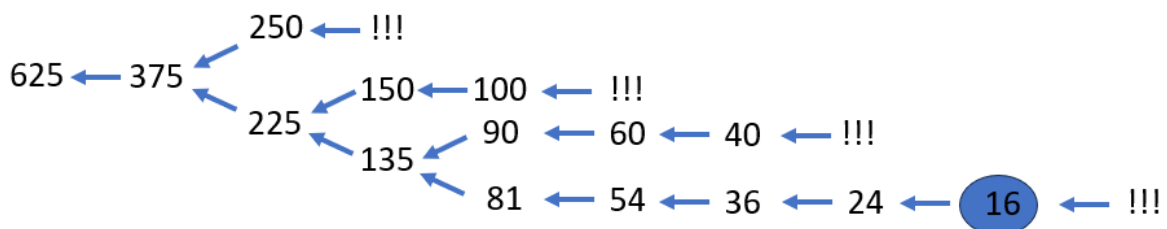
Le nombre de petits carrés noirs est égal à :

$$(x + 1)(y + 1) = xy + (x + y) + 1 = 17464 + 266 + 1 = 17731.$$

Cette énigme m'a été inspirée par un tableau d'Aurélien Nemours [1910 – 2005] intitulé « Rythme du millimètre l'innombrable » et datant de 1977. L'exécution de ce tableau, composé de 17731 carrés noirs, lui a demandé plus d'une année de travail.

A3 Le Professeur Nimbus (code énigme=4097)

Le schéma ci-dessous indique tous les chemins possibles menant à 625. Il est construit de gauche à droite.



Par exemple, pour arriver à 625, il est nécessaire de passer par 375 ($625 \times 3/5 = 375$) puis, pour arriver à 375, il est nécessaire de passer par 225 ($375 \times 3/5 = 225$) ou par 250 ($375 \times 2/3 = 250$).

Les !!! signifient qu'il n'y a pas de possibilités d'accéder à la valeur indiquée.

Il est clair alors que le plus petit entier duquel est parti l'élève est 16.

B3 23 et palindromes (code énigme=3023)

Réponse : **41**

Le chiffre C des centaines est impair d'où C est égal à 1 ; 3 ; 5 ; 7 ; 9.

Pour C = 1 on doit trouver 2 chiffres (d et u) tels que $d + u = 11$.

On peut avoir $du = 29 ; 92 ; 38 ; 83 ; 47 ; 74 ; 56 ; 65$ ce qui fait 8 nombres.

Pour C = 5 on doit trouver 2 chiffres (d et u) tels que $d + u = 9$.

On peut avoir $du = 09 ; 90 ; 18 ; 81 ; 27 ; 72 ; 36 ; 63 ; 45 ; 54$ ce qui fait 9 nombres.

Pour C = 7 on doit trouver 2 chiffres (d et u) tels que $d + u = 8$.

On peut avoir $du = 08 ; 80 ; 17 ; 71 ; 26 ; 62 ; 35 ; 53 ; 44$ ce qui fait 8 nombres.

Au final on obtient $8 + 9 + 9 + 8 + 7 = 41$.

C3 Un air de Fibonacci (codeenigme=6932)

Donner la valeur du produit de a par b .

Réponse : 63

Écrivons les premiers termes de cette suite :

3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76, 123, 199, 322, 521, 843, 1364, 2207,.....

Comme le chiffre des unités d'un terme de cette suite est fixé par ceux des deux termes précédents, on peut affirmer que les termes de la suite succédant à 2007 auront, dans l'ordre, pour chiffre des unités 1, 8, 9, 7, 6, 3, 9, 2, 1, 3 (ce qui apparait plus clairement encore sur tableur). La suite des chiffres des unités de la suite initiale est donc périodique, de période 12.

De $2022 = 12 \times 168 + 6$ et $2023 = 12 \times 168 + 7$, on déduit $a = 9$ et $b = 7$.