Distance et tangente, bissectrice

Chapitre 11

Classe de 4ème

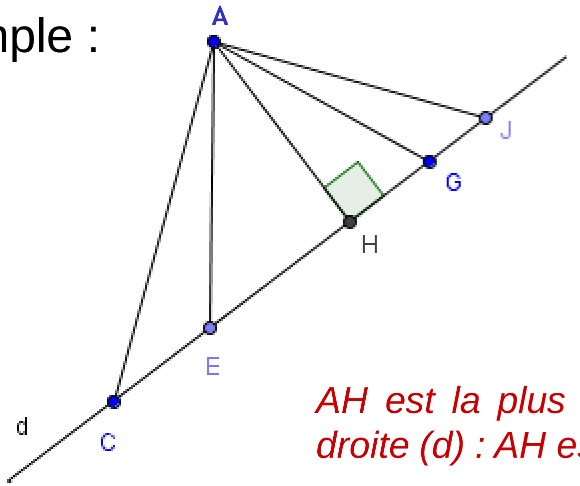
I- Distance et tangente

1- Distance d’un point à une droite

Définition : On considère un point A et une droite (d). La distance du point A à la droite (d) est la plus petite de toutes les longueurs possibles entre A et un point quelconque de (d).

Proposition : La perpendiculaire à la droite (d) passant par A coupe (d) en H. La longueur AH est la distance du point A à la droite (d).

Exemple :



AH<AG

AH<AJ

AH<AE

AH<AC

AH est la plus courte distance séparant le point A d’un point quelconque de la droite (d) : AH est la distance du point M à la droite (d)

Remarque : lorsque A appartient à la droite (d), (on note A $\in$(d)) la distance du point A à la droite (d) vaut zéro.

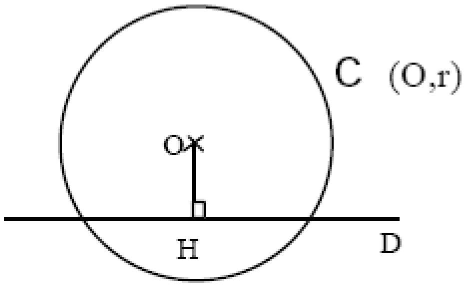
2- Tangente à un cercle en un point

a)

Définition : On considère un cercle $\mathcal{C}$ et un point A appartenant à ce cercle. La tangente au cercle $\mathcal{C}$ en A est la droite dont le seul point commun avec le cercle est A.

Proposition : Soit un cercle $\mathcal{C}$ de centre O et A un point de ce cercle. Si la droite (d) est tangente au cercle $\mathcal{C}$ en A, alors (d) est perpendiculaire à la droite (OA).

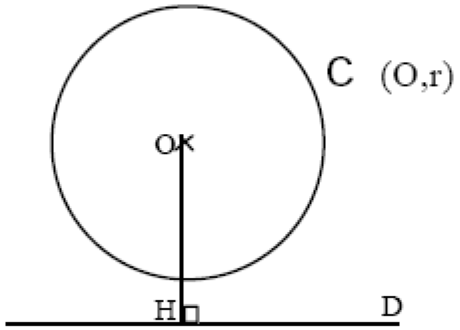
Tangente à un cercle : points communs à un cercle et une droite



D et C ont 2 points communs.

D est **sécante** au cercle

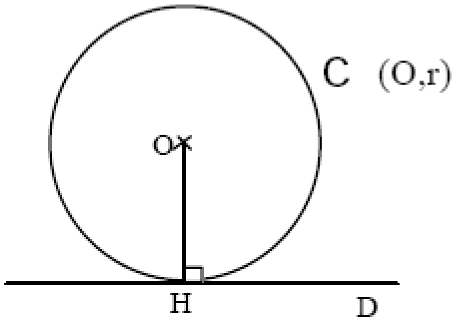
OH...<....r



D et C n'ont pas de point commun.

D est **extérieure** au cercle

OH...>....r

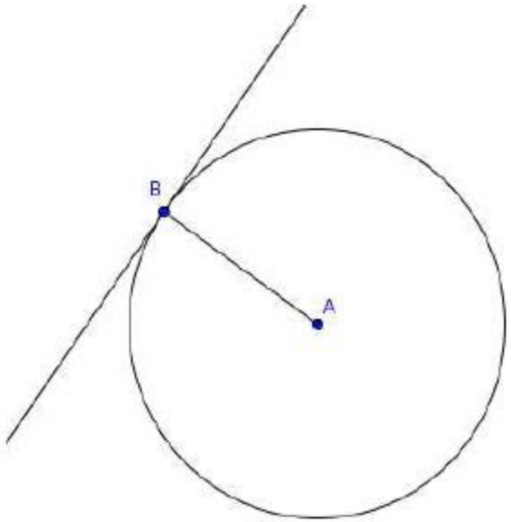


D et C ont 1 point commun.

D est **tangente** au cercle

OH..=....r

Exemple : Tracer un cercle $\mathcal{C}$ de centre A et placer un point B sur ce cercle. Tracer la tangente à $\mathcal{C}$ en B. Expliquer la construction.



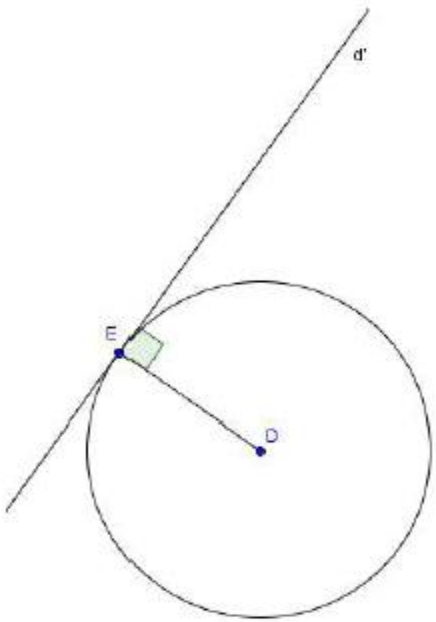
Méthode :

Pour trouver la tangente, on trace le rayon [AB], puis la perpendiculaire à (AB) passant par A.

b) Réciproque :

Proposition (réciproque): Soit $\mathcal{C}$ un cercle de centre O et A un point de ce cercle. **Si** une droite passe par A **et** si elle est perpendiculaire à (OA) **alors** cette droite est la tangente à $\mathcal{C}$ en A.

Exemple : Soit $\mathcal{C}$ un cercle de centre D et E un point de $\mathcal{C}$. La droite (d') est la perpendiculaire à (ED) passant par E. Montrer que (d') est la tangente à $\mathcal{C}$ en E.



On sait que : $\mathcal{C}$ est un cercle de centre D et E et E $\in$ $\mathcal{C}$.
(d') $\perp$ (ED)

Or: Soit $\mathcal{C}$ un cercle de centre D et E un point de $\mathcal{C}$. Si une droite passe par E perpendiculairement à (ED), alors cette droite est la tangente à $\mathcal{C}$ en E.

Donc : (d') est la tangente à $\mathcal{C}$ en E.

II- Bissectrice et cercle inscrit

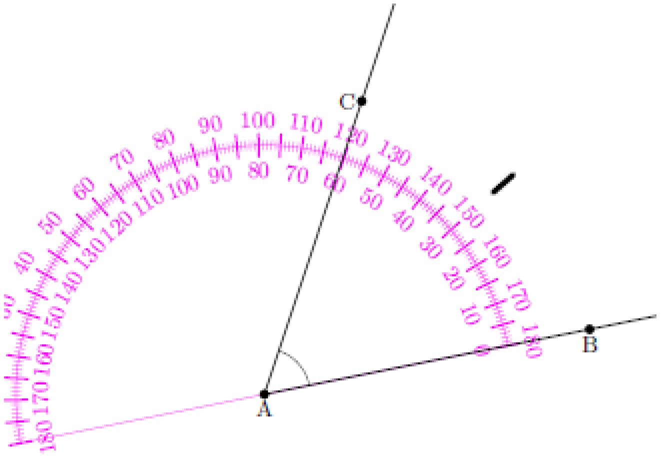
1- Bissectrice d’un angle

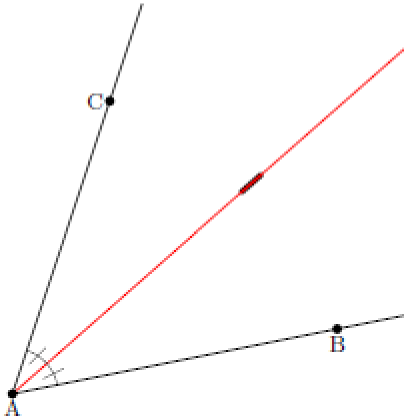
a) définition

La **bissectrice** d’un angle est la demi-droite ayant pour origine le sommet de l’angle et qui partage l’angle en deux angles adjacents de même mesure.

b) Tracer la bissectrice avec un rapporteur

On mesure l’angle à l’aide du rapporteur; puis on divise par deux, et on trace l’angle moitié





II- Bissectrice et cercle inscrit

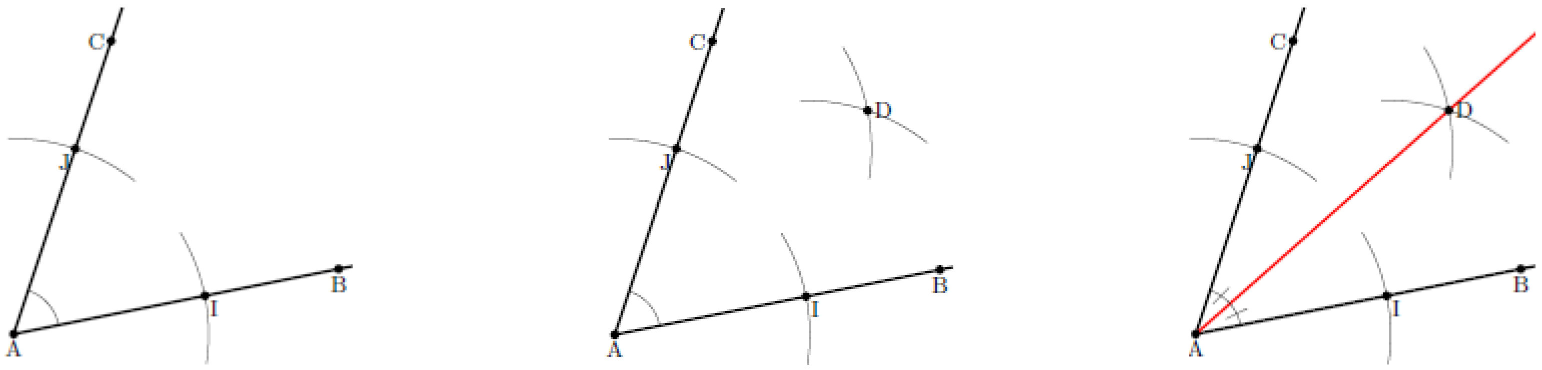
1- Bissectrice d'un angle

a) définition

*La **bissectrice** d'un angle est la demi-droite ayant pour origine le sommet de l'angle et qui partage l'angle en deux angles adjacents de même mesure.*

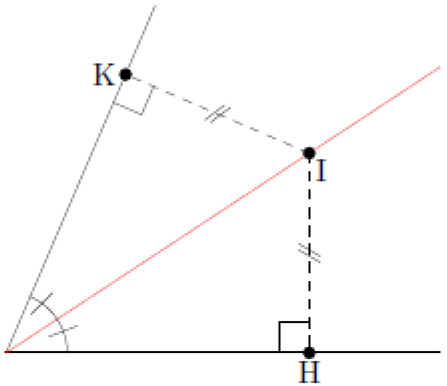
c) Tracer la bissectrice à l'aide d'un compas

On trace deux arcs de cercle de centre A, de même rayon, venant couper les deux côtés de l'angle aux points I et J; puis, en prenant pour centres ces deux points, on trace à nouveau deux arcs de même rayon que les précédents, se croisant en un point D. La bissectrice de l'angle BAC est la demi-droite [AD).



3- Propriétés de la bissectrice

• **Si** un point est situé sur la bissectrice d’un angle,
alors il est situé à égale distance des côtés de l’angle.
• **Si** un point est situé à égale distance des deux côtés d’un angle,
alors il est situé sur la bissectrice de l’angle.



4- Cercle inscrit dans un triangle

a) définition

Les **bissectrices** des angles d’un triangle se croisent en un même point; on dit qu’elles sont concourantes.
Le point de concours de ces trois bissectrices est le centre du **cercle inscrit dans ce triangle** : chacun des côtés du triangle est tangent à ce cercle.

4- Cercle inscrit dans un triangle

a) définition

Les **bissectrices** des angles d'un triangle se croisent en un même point; on dit qu'elles sont concourantes.
Le point de concours de ces trois bissectrices est le centre du **cercle inscrit dans ce triangle** : chacun des côtés du triangle est tangent à ce cercle.

b) illustration