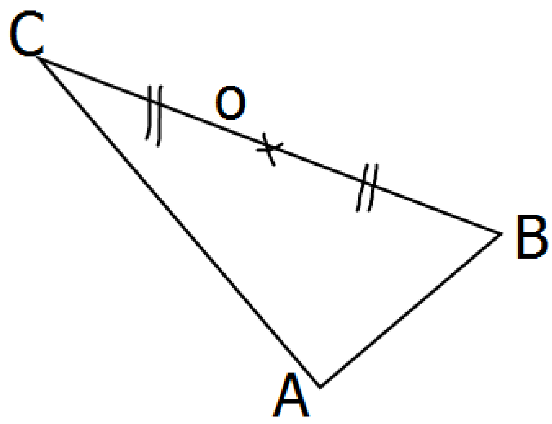
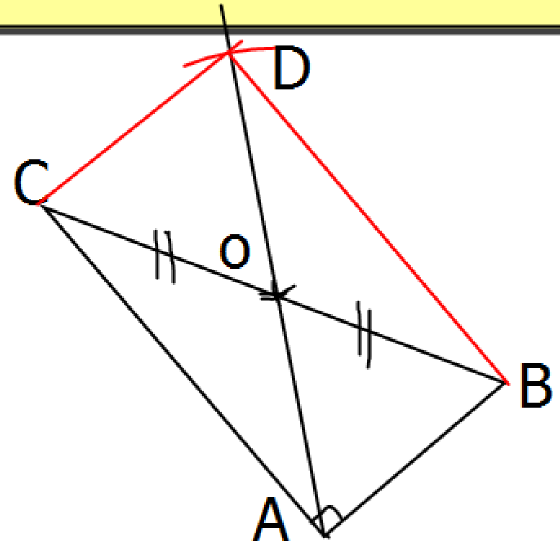
DÉMONSTRATION : CERCLE CIRCONSCRIT À UN TRIANGLE RECTANGLE

1. Tracer un triangle ABC rectangle en A, et placer le point O milieu de l'hypoténuse. *On veut montrer que O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.*



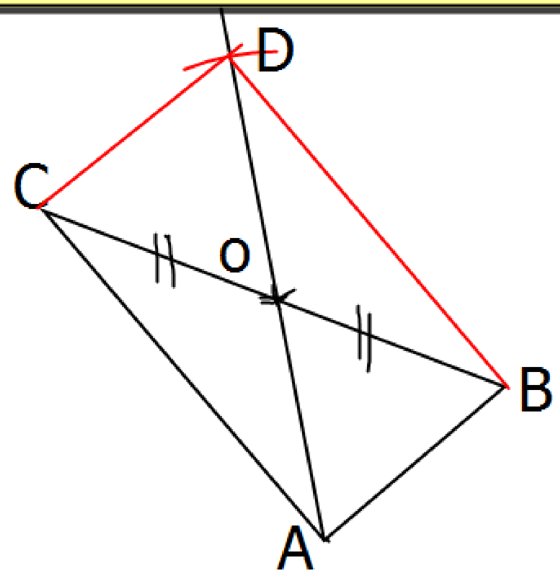
DÉMONSTRATION : CERCLE CIRCONSCRIT À UN TRIANGLE RECTANGLE



2. Soit D le symétrique de A par rapport à O. Placer le point D, et préciser (en justifiant) la nature du quadrilatère ABDC :

On sait que O = m[BC] et que O = m[AD]
dans le quadrilatère ABDC, les diagonales [BC] et [AD] se coupent
donc en leur milieu.
Or si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu
c'est un parallélogramme. Donc ABDC est un parallélogramme
On sait de plus que [AC] ⊥ [AB]. Le parallélogramme ABDC possède un angle droit ;
c'est un rectangle.

DÉMONSTRATION : CERCLE CIRCONSCRIT À UN TRIANGLE RECTANGLE

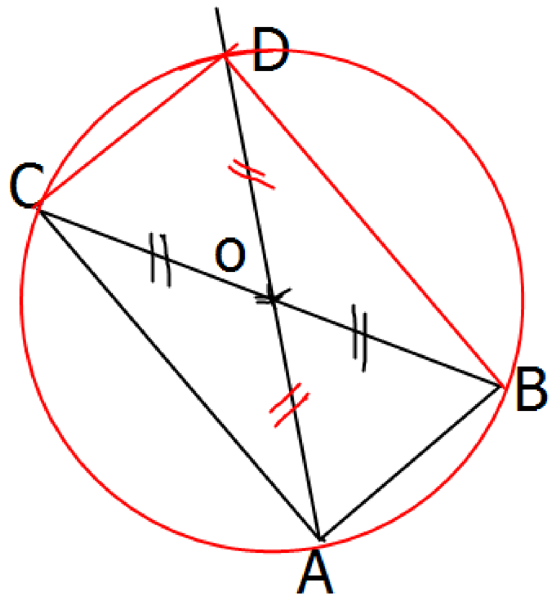


3. Que peut-on dire des longueurs AD et BC ? (*Justifier*) Que peut-on en déduire sur les longueurs OA, OB et OC ?

On sait que ABDC est un rectangle, Or dans un rectangle les diagonales sont de même mesure donc AD = BC.

Dans un rectangle les diagonales sont de même mesure et se coupent en leur milieu donc on a : OB = OC = OA = OD

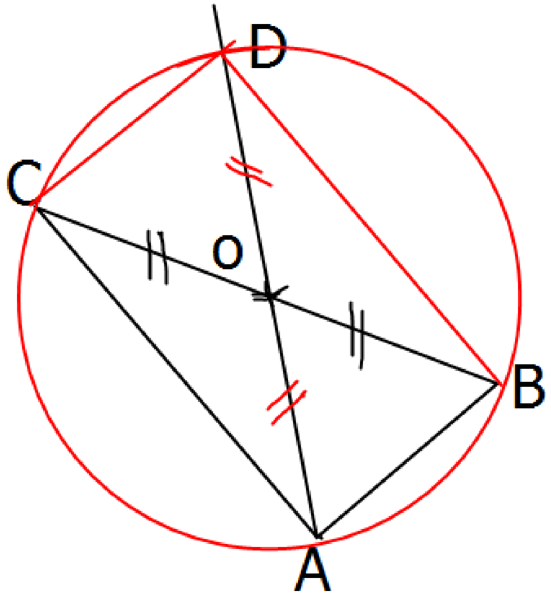
DÉMONSTRATION : CERCLE CIRCONSCRIT À UN TRIANGLE RECTANGLE



4. Quel est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC ?

On sait que OA = OB = OC, donc on en déduit que les 3 sommets du triangle ABC sont équidistants du point O. Ceci prouve qu'il sont situés sur le cercle de centre O et de rayon OA = OB = OC : c'est le cercle circonscrit au triangle ABC.

DÉMONSTRATION : CERCLE CIRCONSCRIT À UN TRIANGLE RECTANGLE



5. Que peut-on dire de la longueur de la médiane [AO] par rapport à la longueur de l'hypoténuse [BC] ?

On sait que $OA = OB = OC$ or, les points C, O, B sont alignés

donc $OB = \frac{1}{2} \times BC$; de plus $OA = OB$ donc $OA = \frac{1}{2} \times BC$