

Chapitre 3: Nombres en écriture fractionnaire

I Égalité de quotients

1) transformer, simplifier une écriture fractionnaire :

Règle: Si on multiplie ou si on divise le numérateur et le dénominateur d'un quotient par un même nombre non nul alors on obtient un quotient égal.

Pour tous nombres a, b et k non nuls $\frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a}{b}$ et $\frac{a \div k}{b \div k} = \frac{a}{b}$

Exemple 1: Simplifier le quotient $\frac{42}{-140}$

• on détermine le signe du quotient : $\frac{42}{-140} = -\frac{42}{140}$

• on détermine les facteurs communs à 42 et 140 $-\frac{42}{140} = -\frac{3 \times \cancel{2} \times \cancel{7}}{10 \times \cancel{7} \times \cancel{2}}$

• on simplifie le quotient : $\frac{42}{-140} = -\frac{3}{10}$

Exemple 2: Déterminer le nombre manquant dans l'égalité $\frac{-1,2}{6} = \frac{\dots}{18}$

• Pour passer de 6 à 18 on a multiplié par 3; ainsi pour trouver le nombre manquant on va

multiplier $-1,2$ par 3:

$$\frac{-1,2 \times 3}{6 \times 3} = \frac{-3,6}{18}$$

2) Réduction de quotients au même dénominateur:

Exemple 1: Réduire les quotients $\frac{2}{9}$ et $\frac{5}{12}$ au même dénominateur

On cherche le plus petit commun multiple non nul, aux dénominateurs:

on dresse la liste des multiples de 9: 9; 18; 27; 36; 45; 54; ...

$$\text{ppcm}(9; 12) = 36$$

multiples de 12: 12; 24; 36; 48; 60; ...

$$\frac{2}{9} = \frac{2 \times 4}{9 \times 4} = \frac{8}{36}$$

$$\text{et } \frac{5}{12} = \frac{5 \times 3}{12 \times 3} = \frac{15}{36}$$

On a $\frac{15}{36} > \frac{8}{36}$ on en déduit que $\frac{5}{12} > \frac{2}{9}$

Réduire 2 quotients au même dénominateur permet de comparer 2 quotients, de les ajouter ou soustraire.

Exemple 2: Comparer les quotients $\frac{2}{7}$ et $\frac{3}{8}$

Les dénominateurs 7 et 8 n'ont aucun diviseur commun autre que 1; on dit qu'ils sont *premiers entre eux*.

Le plus petit commun multiple est égal au produit $7 \times 8 = 56$.

$$\frac{2 \times 8}{7 \times 8} = \frac{16}{56}$$

$$\frac{3 \times 7}{8 \times 7} = \frac{21}{56}$$

$$\text{or } \frac{16}{56} < \frac{21}{56} \quad \text{donc } \frac{2}{7} < \frac{3}{8}$$

3) Produit en croix et égalité de fractions:

Propriété des produits en croix :

a, b, c et d sont quatre nombres relatifs tels que b et d sont non nuls.

• si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors les produits en croix sont égaux : $a \times d = b \times c$

• Réciproquement : si $a \times d = b \times c$ alors les quotients $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont égaux

Exemple: déterminer si deux fractions sont égales

$$a) \quad \frac{-12}{27} \text{ et } \frac{52}{-117}$$

d'une part

$$-12 \times -117 = 1404$$

d'autre part

$$27 \times 52 = 1404$$

Les produits en croix sont égaux donc on conclut que $\frac{-12}{27} = \frac{52}{-117}$

EXERCICE 1

Compléter les égalités suivantes :

$3 = \frac{3}{1} = \frac{15}{5}$	$7 = \frac{7}{1} = \frac{28}{4}$	$5 = \frac{40}{8} = \frac{15}{3}$	$2,14 = \frac{214}{100} = \frac{107}{50}$
$\frac{5}{8} = \frac{35}{56} = \frac{15}{24}$	$\frac{20}{15} = \frac{4}{3} = \frac{24}{18}$	$\frac{7}{3} = \frac{35}{15} = \frac{42}{18}$	$\frac{25}{55} = \frac{5}{11} = \frac{40}{88}$
$\frac{-2}{9} = \frac{-6}{27} = \frac{-8}{36}$	$\frac{14}{-21} = \frac{2}{-3} = \frac{-10}{-15}$	$\frac{-12}{30} = \frac{2}{-5} = \frac{-18}{45}$	$\frac{-36}{-24} = \frac{6}{4} = \frac{-3}{2}$

EXERCICE 2

Simplifier les fractions suivantes à la main :

$\frac{18}{14} = \frac{9}{7}$	$\frac{25}{15} = \frac{5}{3}$	$\frac{35}{28} = \frac{5}{4}$	$\frac{18}{27} = \frac{2}{3}$	$\frac{16}{20} = \frac{4}{5}$	$\frac{30}{54} = \frac{5}{9}$
$\frac{-28}{22} = \frac{-14}{11}$	$\frac{49}{-14} = \frac{7}{-2}$	$\frac{15}{-24} = \frac{5}{-8}$	$\frac{-9}{-36} = \frac{1}{4}$	$\frac{3}{-12} = \frac{-1}{4}$	$\frac{-45}{-15} = \frac{3}{1}$
$\frac{-12}{10} = \frac{-6}{5}$	$\frac{64}{40} = \frac{8}{5}$	$\frac{27}{-72} = \frac{-3}{8}$	$\frac{-4}{-18} = \frac{2}{9}$	$\frac{36}{-42} = \frac{-6}{7}$	$\frac{-56}{-8} = \frac{7}{1}$

$\frac{2 \times 5}{17 \times 2} = \frac{5}{17}$	$\frac{8 \times (-5)}{3 \times 8 \times 6} = \frac{-5}{18}$	$\frac{1 \times 8 \times 3}{8 \times 5 \times (-2) \times 3} = \frac{1}{-16}$	$\frac{7 \times 2 \times 6}{(-7) \times 7 \times (-3)} = \frac{2}{3}$
$\frac{2 \times (-5)}{2 \times 2 \times 3} = \frac{-5}{6}$	$\frac{9 \times 1}{3 \times 4 \times 3} = \frac{9}{4}$	$\frac{5 \times 8}{23 \times (-8)} = \frac{5}{-16}$	$\frac{7 \times 5 \times 2 \times 2}{38 \times 8} = \frac{10}{11}$

Simplifier les fractions suivantes à l'aide de la calculatrice :

$\frac{182}{247} = \frac{14}{19}$	$\frac{625}{-500} = \frac{-5}{4}$	$\frac{627}{1463} = \frac{3}{7}$	$\frac{-1809}{-297} = \frac{67}{11}$
-----------------------------------	-----------------------------------	----------------------------------	--------------------------------------

1 Complète par le mot *néгатif* ou *positif*.

a. $-\frac{7}{3}$ est un nombre *néгатif*

b. $\frac{-6}{-31}$ est un nombre *positif*

c. $\frac{5}{-2}$ est un nombre *néгатif* $\frac{5}{-2} = \frac{-5}{2} = -\frac{5}{2}$

d. $-\frac{-13}{-54}$ est un nombre *néгатif* $-\frac{-13}{-54} = -\frac{13}{54}$

4 Complète pour que l'égalité soit vraie.

a. $\frac{5}{7} = \frac{10}{14}$
 $\frac{6}{13} = \frac{12}{26}$

c. $\frac{56}{-24} = \frac{7}{-3}$
 d. $\frac{25}{35} = \frac{-5}{-7}$

2 Récris chaque nombre avec un dénominateur positif et le minimum de signe moins.

a. $\frac{3}{-4} = \frac{-3}{4}$

c. $\frac{5}{-9} = \frac{-5}{9} = -\frac{5}{9}$

b. $-\frac{7}{-13} = \frac{7}{13}$

d. $-\frac{-10}{-23} = \frac{-10}{23} = -\frac{10}{23}$

6 Compare les nombres suivants.

a. $-\frac{8}{1,3}$ et $-\frac{19}{2,6}$:

on présente les 2 fractions avec le même

dénominateur: $-\frac{8}{1,3} = \frac{-8 \times 2}{1,3 \times 2} = -\frac{16}{2,6}$

or $-16 > -19$ donc $-\frac{8}{1,3} > -\frac{19}{2,6}$

b. $-\frac{3}{-4}$ et $-\frac{15}{-16}$:

$-\frac{3}{-4} = \frac{-3}{-4} = \frac{-3 \times 4}{-4 \times 4} = \frac{-12}{-16}$ or $-12 > -15$

donc $-\frac{3}{-4} > \frac{-15}{-16}$