

Chapitre 3 : nombres en écriture fractionnaire

I Comparaison de quotients

1) Transformer, simplifier une écriture fractionnaire :

Règle : Si on multiplie ou si on divise le numérateur et le dénominateur d'un quotient par un même nombre non nul alors on obtient un quotient égal :

pour tous nombres a , b et k tels que b et k sont différents de zéro $\frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a}{b}$ et $\frac{a \div k}{b \div k} = \frac{a}{b}$

Exemple 1 : Simplifie le quotient $\frac{42}{140}$

on cherche les facteurs communs à 42 et 140 : $\frac{42}{140} = \frac{3 \times \cancel{7} \times \cancel{2}}{10 \times \cancel{7} \times \cancel{2}}$

on peut simplifier le quotient :

$$\frac{42}{140} = \frac{3}{10}$$

Remarque : $\frac{3}{10}$ est une fraction irréductible

car 3 et 10 sont premiers entre eux : ils n'ont pas d'autre diviseur commun que 1.

Exemple 2 : Détermine le nombre manquant dans l'égalité $\frac{1,2}{6} = \frac{\dots}{18}$

Pour passer de 6 à 18, on multiplie par 3 au dénominateur

Donc pour trouver le nombre manquant au numérateur, on multiplie 1,2 par 3 ce qui donne 3,6.

$$\frac{1,2}{6} = \frac{1,2 \times 3}{18} = \frac{3,6}{18}$$

2) Comparer des nombres en écriture fractionnaire

Méthode 1: Pour comparer des nombres en écriture fractionnaire, on les écrit avec le même dénominateur puis on les range dans le même ordre que leurs numérateurs.

Exemple: Compare les nombres $\frac{1,2}{4}$ et $\frac{5,7}{20}$

• On écrit le nombre $\frac{1,2}{4}$ avec le dénominateur 20 : $\frac{1,2}{4} = \frac{1,2 \times 5}{4 \times 5} = \frac{6}{20}$

• On compare les numérateurs : $6 > 5,7$

on range les fractions dans l'ordre des numérateurs: $\frac{6}{20} > \frac{5,7}{20}$

On en déduit que $\frac{1,2}{4} > \frac{5,7}{20}$

Méthode 2

Si le numérateur d'un nombre en écriture fractionnaire est supérieur à son dénominateur alors le nombre est supérieur à 1.

Si le numérateur est inférieur au dénominateur, alors le quotient est inférieur à 1.

exemple: $\frac{233}{127} > 1$ car $233 > 127$

$\frac{121}{512} < 1$ car $121 < 512$

Méthode 3

Des nombres en écriture fractionnaire qui ont des numérateurs égaux sont rangés dans l'ordre inverse de leurs dénominateurs.

exemple $\frac{13}{18} > \frac{13}{19}$

c'est logique ! En effet si on réalise 2 gâteaux identiques nommés respectivement "gâteau A" et "gâteau B", que l'on coupe le gâteau A en 18 parts égales et le gâteau B en 19 parts égales. alors les parts de gâteau A sont plus grosses !

1 Entoure :

- en vert, les quotients inférieurs à 1 ;
- en bleu, les quotients égaux à 1 ;
- en rouge, les quotients supérieurs à 1.

$\frac{28}{13}$	$\frac{12,9}{12,9}$	$\frac{285\,698}{286\,598}$	$\frac{1\,287}{128}$
$\frac{0,03}{0,3}$	$\frac{90,02}{90,20}$	$\frac{2,8}{1}$	$\frac{3,2}{32}$
		$\frac{1}{0,8}$	

2 On se propose de comparer les deux fractions

$$A = \frac{128}{157} \text{ et } B = \frac{172}{113}.$$

a. Compare les fractions A et B à 1.

$$A < 1 \quad \text{et} \quad B > 1$$

b. Déduis-en une comparaison entre A et B.

$$A < B$$

a) $\frac{1}{3} = \frac{5}{15}$ (multiplier numérateur et dénominateur par 5)

b) $\frac{42}{30} = \frac{7}{5}$ (diviser numérateur et dénominateur par 6)

c) $\frac{42}{30} = \frac{7}{5}$ (diviser numérateur et dénominateur par 6)

a) $\frac{x}{8} = \frac{1}{2}$ (multiplier numérateur et dénominateur par 4) → $x = 4$

b) $\frac{12}{18} = \frac{x}{3}$ (diviser numérateur et dénominateur par 6) → $x = 2$

c) $\frac{6}{x} = \frac{2}{1}$ (multiplier numérateur et dénominateur par 3) → $x = 3$

19 Compléter.

a) $5 = \frac{10}{2}$

b) $17 = \frac{17}{1}$

c) $4 = \frac{32}{8}$

20 Compléter.

a) $\frac{1}{2} = \frac{50}{100}$

b) $1 = \frac{100}{100}$

c) $\frac{1}{4} = \frac{25}{100}$ (multiplier numérateur et dénominateur par 25)

$$\frac{24}{36} = \frac{24 \div 2}{36 \div 2} = \frac{12}{18}$$

$$\frac{24}{36} = \frac{24 \div 3}{36 \div 3} = \frac{8}{12}$$

$$\frac{30}{20} = \frac{30 \div 2}{20 \div 2} = \frac{15}{10}$$

22 Parmi les fractions suivantes, quelles sont celles que l'on peut simplifier par 2? par 3? par 5? par 4?

$\times \frac{24}{36}$; $\times \frac{50}{45}$; $\times \frac{15}{9}$; $\times \frac{35}{55}$; $\frac{30}{20}$; $\frac{13}{27}$; $\frac{216}{948}$

Pas si simple de simplifier.



23 Simplifier le plus possible ces fractions.

$\frac{4}{8}$; $\frac{6}{2}$; $\frac{5}{35}$; $\frac{10}{70}$; $\frac{13}{7}$; $\frac{15}{20}$; $\frac{9}{15}$; $\frac{100}{110}$

24 Simplifier le plus possible ces fractions.

$\frac{10}{100}$; $\frac{20}{100}$; $\frac{50}{100}$; $\frac{75}{100}$; $\frac{25}{100}$; $\frac{60}{100}$

23 Simplifier le plus possible ces fractions.

$$\frac{4}{8}; \frac{6}{2}; \frac{5}{35}; \frac{10}{70}; \frac{13}{7}; \frac{15}{20}; \frac{9}{15}; \frac{100}{110}$$

$$\frac{4}{8} = \frac{4:4}{8:4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{6}{2} = \frac{6:2}{2:2} = \frac{3}{1} = 3$$

$$\frac{5}{35} = \frac{\cancel{5} \times 1}{\cancel{5} \times 7} = \frac{1}{7}$$

$$\frac{5}{35} = \frac{5:5}{35:5} = \frac{1}{7}$$

$$\frac{10}{70} = \frac{10:10}{70:10} = \frac{1}{7}$$

$\frac{13}{7}$ est une fraction irréductible
car 7 et 13 sont premiers entre eux.

$$\frac{15}{20} = \frac{15:5}{20:5} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{9}{15} = \frac{9:3}{15:3} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{100}{110} = \frac{100:10}{110:10} = \frac{10}{11}$$

24 Simplifier le plus possible ces fractions.

$$\frac{10}{100}; \frac{20}{100}; \frac{50}{100}; \frac{75}{100}; \frac{25}{100}; \frac{60}{100}$$

$$\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{25}{100} = \frac{1}{4} \quad \frac{60}{100} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{10}{100} = \frac{10:10}{100:10} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{10}{100} = \frac{1 \times \cancel{10}}{10 \times \cancel{10}}$$

$$\frac{20}{100} = \frac{\cancel{20} \times 1}{\cancel{20} \times 5} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{20}{100} = \frac{20:20}{100:20} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

8 Compare les nombres suivants.

a. $\frac{2}{3}$ et $\frac{9}{12}$

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times \overset{4}{\dots}}{3 \times \overset{4}{\dots}} = \frac{\overset{8}{\dots}}{12}$$

$$\text{or } \frac{\overset{8}{\dots}}{12} < \frac{9}{12}$$

$$\text{donc } \frac{2}{3} < \frac{9}{12}$$

b. $\frac{24,2}{36}$ et $\frac{6}{9}$

$$\frac{6}{9} = \frac{6 \times \overset{4}{\dots}}{9 \times \overset{4}{\dots}} = \frac{24}{36}$$

$$\text{or } \frac{24,2}{36} > \frac{24}{36}$$

$$\text{donc } \frac{24,2}{36} > \frac{6}{9}$$

c. $\frac{1}{5}$ et $\frac{4}{25}$

$$\frac{1}{5} = \frac{1 \times \overset{5}{\dots}}{5 \times \overset{5}{\dots}} = \frac{\overset{5}{\dots}}{25}$$

$$\text{or } \frac{\overset{5}{\dots}}{25} > \frac{4}{25}$$

$$\text{donc } \frac{1}{5} > \frac{4}{25}$$

d. $\frac{19}{7}$ et $\frac{3}{1}$

$$\frac{3}{1} = \frac{3 \times \overset{7}{\dots}}{1 \times \overset{7}{\dots}} = \frac{21}{7}$$

$$\text{or } \frac{19}{7} < \frac{21}{7}$$

$$\text{Donc } \frac{19}{7} < 3$$

