

## Chapitre 3 : nombres en écriture fractionnaire

### I Comparaison de quotients

#### 1) Transformer, simplifier une écriture fractionnaire :

Règle : Si on multiplie ou si on divise le numérateur et le dénominateur d'un quotient par un même nombre non nul alors on obtient un quotient égal :

pour tous nombres  $a$ ,  $b$  et  $k$  tels que  $b$  et  $k$  sont différents de zéro  $\frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a}{b}$  et  $\frac{a \div k}{b \div k} = \frac{a}{b}$

Exemple 1 : Simplifie le quotient  $\frac{42}{140}$

on cherche les facteurs communs à 42 et 140 :  $\frac{42}{140} = \frac{3 \times \cancel{7} \times \cancel{2}}{10 \times \cancel{7} \times \cancel{2}}$

on peut simplifier le quotient :

$$\frac{42}{140} = \frac{3}{10}$$

Remarque :  $\frac{3}{10}$  est une fraction irréductible

car 3 et 10 sont **premiers entre eux** : ils n'ont pas d'autre diviseur commun que 1.

Exemple 2 : Détermine le nombre manquant dans l'égalité  $\frac{1,2}{6} = \frac{\dots}{18}$

Pour passer de 6 à 18, on multiplie par 3 au dénominateur

Donc pour trouver le nombre manquant au numérateur, on multiplie 1,2 par 3 ce qui donne 3,6.

$$\frac{1,2}{6} = \frac{1,2 \times 3}{18} = \frac{3,6}{18}$$

Diagram illustrating the multiplication of both numerator and denominator by 3 to find the missing value in the fraction.

## 2) Comparer des nombres en écriture fractionnaire

Méthode 1:

Pour comparer des nombres en écriture fractionnaire, on les écrit avec le même dénominateur puis on les range dans le même ordre que leurs numérateurs.

Exemple: Compare les nombres  $\frac{1,2}{4}$  et  $\frac{5,7}{20}$

• On écrit le nombre  $\frac{1,2}{4}$  avec le dénominateur 20:  $\frac{1,2}{4} = \frac{1,2 \times 5}{4 \times 5} = \frac{6}{20}$

• On compare les numérateurs:  $6 > 5,7$

on range les fractions dans l'ordre des numérateurs:  $\frac{6}{20} > \frac{5,7}{20}$

On en déduit que  $\frac{1,2}{4} > \frac{5,7}{20}$

### Méthode 2

Si le numérateur d'un nombre en écriture fractionnaire est supérieur à son dénominateur alors le nombre est supérieur à 1.

Si le numérateur est inférieur au dénominateur, alors le quotient est inférieur à 1.

exemple:  $\frac{233}{127} > 1$  car  $233 > 127$

$\frac{121}{512} < 1$  car  $121 < 512$

### Méthode 3

Des nombres en écriture fractionnaire qui ont des numérateurs égaux sont rangés dans l'ordre inverse de leurs dénominateurs.

exemple  $\frac{13}{18} > \frac{13}{19}$

c'est logique ! En effet si on réalise 2 gâteaux identiques nommés respectivement "gâteau A" et "gâteau B", que l'on coupe le gâteau A en 18 parts égales et le gâteau B en 19 parts égales. alors les parts de gâteau A sont plus grosses !

**1** Entoure :

- en vert, les quotients inférieurs à 1 ;
- en bleu, les quotients égaux à 1 ;
- en rouge, les quotients supérieurs à 1.

$\frac{28}{13}$	$\frac{12,9}{12,9}$	$\frac{285\,698}{286\,598}$	$\frac{1\,287}{128}$
$\frac{0,03}{0,3}$	$\frac{90,02}{90,20}$	$\frac{2,8}{1}$	$\frac{3,2}{32}$
		$\frac{1}{0,8}$	

**3** Sans utiliser de calculatrice, compare les nombres suivants.

a.  $\frac{154}{125} > \frac{158}{189}$

b.  $\frac{678}{987} < \frac{998}{679}$

c.  $\frac{4}{3} > \frac{3}{4}$

d.  $6 > \frac{1}{6}$

e.  $\frac{5,89}{5,98} < \frac{3,52}{3,25}$

f.  $\frac{1,5}{1,5} < \frac{60}{51,54}$

g.  $\frac{3,2}{1,3} = \frac{32}{13}$

h.  $\frac{1,1}{1,1} > \frac{1,001}{1,010}$

**2** On se propose de comparer les deux fractions

A =  $\frac{128}{157}$  et B =  $\frac{172}{113}$ .

## a. Compare les fractions A et B à 1.

A &lt; 1 et B &gt; 1

## b. Déduis-en une comparaison entre A et B.

A &lt; B

**4** Compare les quotients suivants.

a.  $\frac{2}{3} < \frac{4}{3}$

b.  $\frac{7}{5} < \frac{8}{5}$

c.  $\frac{45}{16} < \frac{54}{16}$

d.  $\frac{28}{1} > \frac{0,5}{1}$

e.  $\frac{29}{29} > \frac{28,99}{29}$

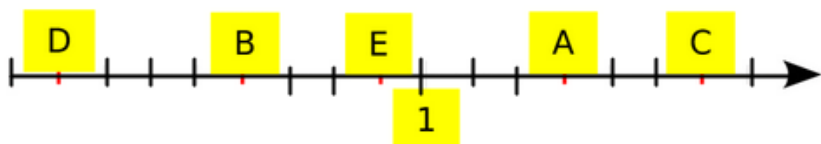
f.  $\frac{3,2}{13} > \frac{3,02}{13}$

g.  $\frac{0,3}{47} < \frac{0,31}{47}$

h.  $\frac{0,7}{12} > \frac{0,08}{12}$

i.  $\frac{1,82}{12} > \frac{1,802}{12}$

j.  $\frac{0,02}{0,07} < \frac{0,2}{0,07}$

**5** Sur un axe

a. Place sur l'axe les points A, B, C, D et E d'abscisses respectives  $\frac{12}{9}$ ,  $\frac{5}{9}$ ,  $\frac{15}{9}$ ,  $\frac{1}{9}$  et  $\frac{8}{9}$ .

b. Déduis-en un rangement des fractions de la question a. dans l'ordre croissant.

$$\frac{1}{9} < \frac{5}{9} < \frac{8}{9} < \frac{12}{9} < \frac{15}{9}$$

**7** Range les quotients dans l'ordre décroissant.

a.  $\frac{7}{15}$ ;  $\frac{17}{15}$ ;  $\frac{2}{15}$ ;  $\frac{37}{15}$ ;  $\frac{12}{15}$

$$\frac{37}{15} > \frac{17}{15} > \frac{12}{15} > \frac{7}{15} > \frac{2}{15}$$

b.  $\frac{3,8}{15}$ ;  $\frac{17,1}{15}$ ;  $\frac{17,02}{15}$ ;  $\frac{3,07}{15}$ ;  $\frac{17,002}{15}$

$$\frac{17,1}{15} > \frac{17,02}{15} > \frac{17,002}{15} > \frac{3,8}{15} > \frac{3,07}{15}$$

**6** Range les quotients dans l'ordre croissant.

a.  $\frac{5}{13}$ ;  $\frac{7}{13}$ ;  $\frac{3}{13}$ ;  $\frac{14}{13}$ ;  $\frac{12}{13}$

$$\frac{3}{13} < \frac{5}{13} < \frac{7}{13} < \frac{12}{13} < \frac{14}{13}$$

b.  $\frac{1,2}{13}$ ;  $\frac{4,5}{13}$ ;  $\frac{1,7}{13}$ ;  $\frac{4,52}{13}$ ;  $\frac{4}{13}$

$$\frac{1,2}{13} < \frac{1,7}{13} < \frac{4}{13} < \frac{4,5}{13} < \frac{4,52}{13}$$

**9** Compare les nombres.

a.  $\frac{9}{4} < \frac{6}{2}$

b.  $\frac{8}{9} > \frac{2}{3}$

c.  $\frac{45}{16} > \frac{10}{4}$

d.  $\frac{35}{63} < \frac{5}{7}$

e.  $\frac{3,2}{5} > \frac{6,04}{10}$

f.  $\frac{10}{210} > \frac{3}{420}$  " $>$ " supérieur à

g.  $\frac{0,7}{12} < \frac{2,4}{36}$

h.  $\frac{2}{12} < 6$   $\frac{0,7 \times 3}{12 \times 3} = \frac{2,1}{36}$

a)  $\frac{6}{2} = \frac{6 \times 2}{2 \times 2} = \frac{12}{4}$

b)  $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 3}{3 \times 3} = \frac{6}{9}$

c)  $\frac{10}{4} = \frac{10 \times 4}{4 \times 4} = \frac{40}{16}$

" $<$ " inférieur à

a)  $\frac{1}{3} = \frac{5}{15}$  (multiplier par 5)

b)  $\frac{42}{30} = \frac{7}{5}$  (diviser par 6)

c)  $\frac{42}{30} = \frac{7}{5}$  (diviser par 6)

a)  $\frac{x}{8} = \frac{1}{2}$  (multiplier par 4)  $x = 4$

b)  $\frac{12}{18} = \frac{x}{3}$  (diviser par 6)  $x = 2$

c)  $\frac{6}{x} = 2$  (multiplier par 3)  $x = 3$

19 Compléter.

a)  $5 = \frac{10}{2}$

b)  $17 = \frac{17}{1}$

c)  $4 = \frac{32}{8}$

20 Compléter.

a)  $\frac{1}{2} = \frac{50}{100}$

b)  $1 = \frac{100}{100}$

c)  $\frac{1}{4} = \frac{25}{100}$  (multiplier par 25)

$$\frac{24}{36} = \frac{24 \div 2}{36 \div 2} = \frac{12}{18}$$

$$\frac{24}{36} = \frac{24 \div 3}{36 \div 3} = \frac{8}{12}$$

$$\frac{30}{20} = \frac{30 \div 2}{20 \div 2} = \frac{15}{10}$$

22 Parmi les fractions suivantes, quelles sont celles que l'on peut simplifier par 2? par 3? par 5? par 4?

$\times \frac{24}{36}$ ;  $\times \frac{50}{45}$ ;  $\times \frac{15}{9}$ ;  $\times \frac{35}{55}$ ;  $\frac{30}{20}$ ;  $\frac{13}{27}$ ;  $\frac{216}{948}$

Pas si simple de simplifier.



23 Simplifier le plus possible ces fractions.

$\frac{4}{8}$ ;  $\frac{6}{2}$ ;  $\frac{5}{35}$ ;  $\frac{10}{70}$ ;  $\frac{13}{7}$ ;  $\frac{15}{20}$ ;  $\frac{9}{15}$ ;  $\frac{100}{110}$

24 Simplifier le plus possible ces fractions.

$\frac{10}{100}$ ;  $\frac{20}{100}$ ;  $\frac{50}{100}$ ;  $\frac{75}{100}$ ;  $\frac{25}{100}$ ;  $\frac{60}{100}$



23 Simplifier le plus possible ces fractions.

$$\frac{4}{8}; \frac{6}{2}; \frac{5}{35}; \frac{10}{70}; \frac{13}{7}; \frac{15}{20}; \frac{9}{15}; \frac{100}{110}$$

$$\frac{4}{8} = \frac{4:4}{8:4} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{6}{2} = \frac{6:2}{2:2} = \frac{3}{1} = 3$$

$$\frac{5}{35} = \frac{\cancel{5} \times 1}{\cancel{5} \times 7} = \frac{1}{7}$$

$$\frac{5}{35} = \frac{5:5}{35:5} = \frac{1}{7}$$

$$\frac{10}{70} = \frac{10:70}{70:10} = \frac{1}{7}$$

$\frac{13}{7}$  est une fraction irréductible  
car 7 et 13 sont premiers entre eux.

$$\frac{15}{20} = \frac{15:5}{20:5} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{9}{15} = \frac{9:3}{15:3} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{100}{110} = \frac{100:10}{110:10} = \frac{10}{11}$$

24 Simplifier le plus possible ces fractions.

$$\frac{10}{100}; \frac{20}{100}; \frac{50}{100}; \frac{75}{100}; \frac{25}{100}; \frac{60}{100}$$

$$\frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{25}{100} = \frac{1}{4} \quad \frac{60}{100} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{10}{100} = \frac{10:10}{100:10} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{10}{100} = \frac{1 \times \cancel{10}}{10 \times \cancel{10}}$$

$$\frac{20}{100} = \frac{\cancel{20} \times 1}{\cancel{20} \times 5} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{20}{100} = \frac{20:20}{100:20} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

**8** Compare les nombres suivants.

a.  $\frac{2}{3}$  et  $\frac{9}{12}$

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times \overset{4}{\dots}}{3 \times \overset{4}{\dots}} = \frac{\overset{8}{\dots}}{12}$$

$$\text{or } \frac{\overset{8}{\dots}}{12} < \frac{9}{12}$$

$$\text{donc } \frac{2}{3} < \frac{9}{12}$$

b.  $\frac{24,2}{36}$  et  $\frac{6}{9}$

$$\frac{6}{9} = \frac{6 \times \overset{4}{\dots}}{9 \times \overset{4}{\dots}} = \frac{24}{36}$$

$$\text{or } \frac{24,2}{36} > \frac{24}{36}$$

$$\text{donc } \frac{24,2}{36} > \frac{6}{9}$$

c.  $\frac{1}{5}$  et  $\frac{4}{25}$

$$\frac{1}{5} = \frac{1 \times \overset{5}{\dots}}{5 \times \overset{5}{\dots}} = \frac{\overset{5}{\dots}}{25}$$

$$\text{or } \frac{\overset{5}{\dots}}{25} > \frac{4}{25}$$

$$\text{donc } \frac{1}{5} > \frac{4}{25}$$

d.  $\frac{19}{7}$  et  $\frac{3}{1}$

$$\frac{3}{1} = \frac{3 \times \overset{7}{\dots}}{1 \times \overset{7}{\dots}} = \frac{21}{7}$$

$$\text{or } \frac{19}{7} < \frac{21}{7}$$

$$\text{Donc } \frac{19}{7} < 3$$