

Chapitre 3 : nombres en écriture fractionnaire

I Comparaison de quotients

1) Transformer, simplifier une écriture fractionnaire :

Règle : Si on multiplie ou si on divise le numérateur et le dénominateur d'un quotient par un même nombre non nul alors on obtient un quotient égal :

pour tous nombres a , b et k tels que b et k sont différents de zéro $\frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a}{b}$ et $\frac{a \div k}{b \div k} = \frac{a}{b}$

Exemple 1 : Simplifie le quotient $\frac{42}{140}$

on cherche les facteurs communs à 42 et 140 : $\frac{42}{140} = \frac{3 \times \cancel{7} \times \cancel{2}}{10 \times \cancel{7} \times \cancel{2}}$

on peut simplifier le quotient : $\frac{42}{140} = \frac{3}{10}$

Exemple 2 : Détermine le nombre manquant dans l'égalité $\frac{1,2}{6} = \frac{\dots}{18}$

Pour passer de 6 à 18, on multiplie par 3 au dénominateur

Donc pour trouver le nombre manquant au numérateur, on multiplie 1,2 par 3 ce qui donne 3,6.

$$\frac{1,2}{6} = \frac{1,2 \times 3}{18} = \frac{3,6}{18}$$

$$\text{a) } \frac{1}{3} = \frac{5}{15}$$

$$\text{b) } \frac{42}{30} = \frac{21}{15}$$

$$\text{c) } \frac{42}{30} = \frac{7}{5}$$

$$\text{a) } \frac{x}{8} = \frac{1}{2}$$

$$x = 4$$

$$\text{b) } \frac{12}{18} = \frac{x}{3}$$

$$x = 2$$

$$\text{c) } \frac{6}{x} = \frac{2}{1}$$

$$x = 3$$

19 Compléter.

$$\text{a) } 5 = \frac{10}{2}$$

$$\text{b) } 17 = \frac{17}{1}$$

$$\text{c) } 4 = \frac{32}{8}$$

$$32 : 8$$

20 Compléter.

$$\text{a) } \frac{1}{2} = \frac{50}{100}$$

$$\text{b) } 1 = \frac{100}{100}$$

$$\text{c) } \frac{1}{4} = \frac{25}{100}$$

2) Rappels sur les critères de divisibilité

Rappel n°1 : Soient a et b deux nombres entiers positifs.

Lorsque le reste de la division de a par b est égal à zéro,

on dit que a est un **multiple** de b , ou que b est un **diviseur** de a , ou encore que a est **divisible** par b .

Par exemple :

- 15 est un **multiple** de 3, car $15 = 3 \times 5$

Autrement dit, 3 est un **diviseur** de 15, ou encore 15 est **divisible** par 3.

- 17 n'est pas un multiple de 3, car $17 = 3 \times 5 + 2$

EXERCICE 1

1. 12 est-il un diviseur de 6? ... non c'est 6 qui est un diviseur de 12 car on peut faire $12 \div 6 = 2$
2. 124 est-il divisible par 4? ... oui car le reste de la division de 124 par 4 est égal à zéro
3. 38 est-il un multiple de 5? ... non car $38 = 5 \times 7 + 3$
4. Citer cinq multiples du nombre 12... On les trouve dans la table de 12 : ... 12; 24; 36; 48; 60
5. Citer cinq diviseurs du nombre 12... 12 est divisible par 1; 2; 3; 4; 6; 12 : ce sont **tous** ses diviseurs
6. Déterminer tous les diviseurs du nombre 30... 30 est un multiple de 1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30
7. Déterminer un nombre qui soit à la fois multiple de 2, de 5 et de 7... $2 \times 5 \times 7 = 70$

Rappel n°2 : Critères de divisibilité

- Un nombre sera divisible par 2 si le chiffre des unités est 0; 2; 4; 6; 8
- Un nombre sera divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
- Un nombre sera divisible par 4 si la moitié est paire ou encore si le nombre formé par ses 2 derniers chiffres est divisible par 4.
- Un nombre sera divisible par 5 s'il se termine par 0 ou 5
- Un nombre sera divisible par 9 si la somme de ses chiffres est divisible par 9.
- Un nombre sera divisible par 10 s'il se termine par 0.

EXERCICE 2

Parmi les nombres suivants :

1125	6354	8940	917	1308	51225	111111
------	------	------	-----	------	-------	--------

préciser :

- lesquels sont divisibles par 2 : 6354; 8940; 1308
- lesquels sont divisibles par 3 : $1+1+2+5=9$ donc 1125 est divisible par 3; de même 6354; 8940; 1308; 51225; 111111
- lesquels sont divisibles par 4 : 8940; 1308
- lesquels sont divisibles par 5 : 1125; 8940; 51225
- lesquels sont divisibles par 9 : 1125; 6354

Montrer que le nombre qui reste est divisible par 7 : 917 est divisible par 7 car on peut

$$\begin{aligned}
 \text{écrire } 917 &= 700 + 210 + 7 \\
 &= 7 \times 100 + 7 \times 30 + 7 \times 1 \\
 &= 7 \times (100 + 30 + 1) \\
 &= 7 \times 131
 \end{aligned}$$

Critère de divisibilité par 7 :

Méthode : on sépare le dernier chiffre

- on multiplie le dernier chiffre par 2
- puis on soustrait le résultat de la partie du nombre qui reste
- Si le résultat obtenu est divisible par 7 alors le nombre étudié était divisible par 7

Exemple : 371 est-il divisible par 7 ?

$$37\overset{1}$$

$$\overset{1}{1} \times 2 = 2$$

$$37 - 2 = 35 \quad \text{donc } 371 \text{ est divisible par } 7.$$

3) Méthodes pour comparer des fractions :

Méthode 1 :

⌈ Pour comparer des nombres en écriture fractionnaire, on les écrit avec le même dénominateur puis on les range dans le même ordre que leurs numérateurs. ⌋

Exemple : range dans l'ordre croissant les nombres suivants

$$A = \frac{1,2}{4} \quad B = \frac{5,7}{20} \quad C = \frac{3,1}{10} \quad D = \frac{1,7}{5} \quad E = \frac{5,9}{20}$$

Exemple: range dans l'ordre croissant les nombres suivants

$$A = \frac{1,2}{4} \quad B = \frac{5,7}{20} \quad C = \frac{3,1}{10} \quad D = \frac{1,7}{5} \quad E = \frac{5,9}{20}$$

En 5^e le dénominateur commun sera toujours le plus grand dénominateur.

• on écrit toutes les fractions avec un dénominateur égal à 20

$$A = \frac{1,2}{4} = \frac{1,2 \times 5}{4 \times 5} = \frac{6}{20} \quad ; \quad C = \frac{3,1}{10} = \frac{3,1 \times 2}{10 \times 2} = \frac{6,2}{20} \quad ; \quad D = \frac{1,7}{5} = \frac{1,7 \times 4}{5 \times 4} = \frac{6,8}{20}$$

• on range les fractions dans le même ordre que leurs numérateurs :

$$\frac{5,7}{20} < \frac{5,9}{20} < \frac{6}{20} < \frac{6,2}{20} < \frac{6,8}{20} \quad \text{on a donc} \quad B < E < A < C < D$$

• on en déduit que $\frac{5,7}{20} < \frac{5,9}{20} < \frac{1,2}{4} < \frac{3,1}{10} < \frac{1,7}{5}$

Application: exercices n° 8; 9; 10 page 12

Méthode 2: Comparaison à l'unité

Si le numérateur d'un nombre en écriture fractionnaire est supérieur à son dénominateur alors le nombre est supérieur à 1.

Si le numérateur est inférieur au dénominateur alors le quotient est inférieur à 1.

Exemple: $\frac{123}{524} < 1$ car $123 < 524$

on peut donc en déduire que $\frac{123}{524} < \frac{627}{112}$

$\frac{627}{112} > 1$ car $627 > 112$

Méthode 3:

Si deux nombres en écriture fractionnaire ont le même numérateur alors ils sont rangés dans l'ordre inverse de leurs dénominateurs

Exemple: Compare $\frac{8}{18}$ et $\frac{8}{19}$

$$\frac{8}{18} > \frac{8}{19}$$

En effet, on confectioonne 2 gâteaux identiques nommés gâteau A et gâteau B que l'on partage respectivement en 18 parts et 19 parts. On prend le même nombre de parts de chaque gâteau mais les parts de gâteau A sont plus grosses.

8 Compare les nombres suivants.

a. $\frac{2}{3}$ et $\frac{9}{12}$

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$$

or $\frac{8}{12} < \frac{9}{12}$

donc $\frac{2}{3} < \frac{9}{12}$

c. $\frac{1}{5}$ et $\frac{4}{25}$

$$\frac{1}{5} = \frac{1 \times 5}{5 \times 5} = \frac{5}{25}$$

or $\frac{5}{25} > \frac{4}{25}$

donc $\frac{1}{5} > \frac{4}{25}$

b. $\frac{24,2}{36}$ et $\frac{6}{9}$

$$\frac{6}{9} = \frac{6 \times 4}{9 \times 4} = \frac{24}{36}$$

or $\frac{24,2}{36} > \frac{24}{36}$

donc $\frac{24,2}{36} > \frac{6}{9}$

d. $\frac{19}{7}$ et 3

$$3 = \frac{3}{1} = \frac{3 \times 7}{1 \times 7} = \frac{21}{7}$$

or $\frac{19}{7} < \frac{21}{7}$

donc $\frac{19}{7} < 3$

9 Compare les nombres.

a. $\frac{9}{4} < \frac{6}{2}$

b. $\frac{8}{9} > \frac{2}{3}$

c. $\frac{45}{16} > \frac{10}{4}$

d. $\frac{35}{63} < \frac{5}{7}$

e. $\frac{3,2}{5} > \frac{6,04}{10}$

f. $\frac{10}{210} > \frac{3}{420}$

g. $\frac{0,7}{12} < \frac{2,4}{36}$

h. $\frac{2}{12} < 6$

10 Écris les nombres suivants sous forme de fractions ayant 24 pour dénominateur.

A = $\frac{1}{2}$ B = $\frac{4}{6}$ C = $\frac{4}{3}$ D = $\frac{3}{12}$ E = $\frac{8}{24}$

A = $\frac{12}{24}$ B = $\frac{16}{24}$ C = $\frac{32}{24}$ D = $\frac{6}{24}$ E = $\frac{8}{24}$

a. Range les fractions de dénominateur 24 dans l'ordre croissant.

$$\frac{6}{24} < \frac{8}{24} < \frac{12}{24} < \frac{16}{24} < \frac{32}{24}$$

b. Dédus-en le classement des premiers quotients dans l'ordre croissant.

$$\frac{3}{12} < \frac{8}{24} < \frac{1}{2} < \frac{4}{6} < \frac{4}{3}$$