

## Chapitre 3 : Nombres en écriture fractionnaire

### I Comparaison de quotients

#### Méthode:

Pour comparer des nombres en écriture fractionnaire, on les écrit avec le même dénominateur puis on les range dans le même ordre que les numérateurs.

Exemple: Compare les nombres  $\frac{1,2}{4}$  et  $\frac{5,7}{20}$

à connaître  
par cœur!

Règle: On ne change pas la valeur d'une fraction en multipliant ou en divisant son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$$

On écrit le nombre  $\frac{1,2}{4}$  avec le dénominateur 20:  $\frac{1,2}{4} = \frac{1,2 \times 5}{4 \times 5} = \frac{6}{20}$

on compare les numérateurs :  $6 > 5,7$  donc  $\frac{6}{20} > \frac{5,7}{20}$

on en déduit que  $\frac{1,2}{4} > \frac{5,7}{20}$

remarques:

a)

Si des nombres en écriture fractionnaire ont des numérateurs égaux, alors ils sont rangés dans l'ordre inverse de leurs dénominateurs.

Exemple: Compare  $\frac{13}{18}$  et  $\frac{13}{19}$

$$18 < 19 \text{ donc } \frac{13}{18} > \frac{13}{19}$$

En effet si l'on confectionne 2 gâteaux identiques,

l'un nommé "gâteau A" est partagé en 18 parts, l'autre nommé "gâteau B" est partagé en 19 parts. Les parts du gâteau A sont donc plus grosses.

On prend le même nombre de parts : on a pris d'un côté 13 grosses parts, de l'autre 13 plus petites parts.

b)

Si le numérateur d'un nombre en écriture fractionnaire est supérieur à son dénominateur, alors le nombre est supérieur à 1.

Si le numérateur est inférieur au dénominateur alors le nombre est inférieur à 1.

Exemple:  $\frac{127}{156} < 1$  car  $127 < 156$        $\frac{327}{123} > 1$  car  $327 > 123$

## II Additionner ou soustraire 2 fractions :

1) Méthode:

Pour additionner ou soustraire des nombres en écritures fractionnaires, on les écrit avec le même dénominateur, puis on additionne (ou on soustrait) les numérateurs en gardant le dénominateur commun.

Exemple: Calcule  $A = \frac{7}{3} + \frac{6}{12}$

• On écrit les fractions avec le même dénominateur : en 5<sup>e</sup> le dénominateur commun est le plus grand dénominateur.

$$A = \frac{7 \times 4}{3 \times 4} + \frac{6}{12}$$

$$A = \frac{28}{12} + \frac{6}{12}$$

• On additionne les numérateurs en conservant le dénominateur :

$$A = \frac{28+6}{12} \quad A = \frac{34}{12}$$

• On utilise les critères de divisibilité pour simplifier la fraction :

$$A = \frac{34 \div 2}{12 \div 2} = \frac{17}{6}$$

## 2) Simplifier une fraction

### a) Définition:

Simplifier une fraction signifie trouver une fraction qui lui est égale, mais avec un numérateur et un dénominateur plus petits.

Exemples:  $\frac{8}{12} = \frac{2 \times \cancel{4}}{3 \times \cancel{4}} = \frac{2}{3}$

$$\frac{20}{35} = \frac{4 \times \cancel{5}}{\cancel{5} \times 7} = \frac{4}{7}$$

$$\frac{135}{75} = \frac{\cancel{3} \times 45}{\cancel{3} \times 25} = \frac{45}{25}$$

remarque 1: Lorsque l'on ne peut plus simplifier la fraction, on dit que celle-ci est **irréductible**.

Par exemple, ci-dessus  $\frac{2}{3}$  et  $\frac{4}{7}$  sont irréductibles alors que  $\frac{45}{25}$  peut encore être simplifié.

remarque 2: Pour simplifier une fraction, on peut décomposer le numérateur et le dénominateur en produit de facteurs à l'aide des **critères de divisibilité**.

### b) Critères de divisibilité

**Rappel n°1 :** Soient  $a$  et  $b$  deux nombres entiers positifs.

Lorsque le reste de la division de  $a$  par  $b$  est égal à zéro, on dit que  $a$  est un **multiple** de  $b$ , ou que  $b$  est un **diviseur** de  $a$ , ou encore que  $a$  est **divisible** par  $b$ .

**Par exemple :**

- 15 est un **multiple** de 3, car  $15 = 3 \times 5$

Autrement dit, 3 est un **diviseur** de 15, ou encore 15 est **divisible** par 3.

- 17 n'est pas un multiple de 3, car  $17 = 3 \times 5 + 2$

## EXERCICE 1

1. 12 est-il un diviseur de 6? ... non c'est le contraire ... 6 est un diviseur de 12
2. 124 est-il divisible par 4? ... oui car  $124 = 4 \times 31$
3. 38 est-il un multiple de 5? ... non car  $38 = 5 \times 7 + 3$
4. Citer cinq multiples du nombre 12...  $12 \times 1 = 12$  ...  $12 \times 2 = 24$  ...  $12 \times 3 = 36$  ...  $12 \times 4 = 48$  ...  $12 \times 5 = 60$
5. Citer cinq diviseurs du nombre 12... 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 12 ... sont tous les diviseurs de 12
6. Déterminer tous les diviseurs du nombre 30
7. Déterminer un nombre qui soit à la fois multiple de 2, de 5 et de 7

**4** Compare les quotients suivants.

a.  $\frac{2}{3} < \frac{4}{3}$

b.  $\frac{7}{5} < \frac{8}{5}$

c.  $\frac{45}{16} < \frac{54}{16}$

d.  $\frac{28}{1} > \frac{0,5}{1}$

e.  $\frac{29}{29} > \frac{28,99}{29}$

f.  $\frac{3,2}{13} > \frac{3,02}{13}$

g.  $\frac{0,3}{47} < \frac{0,31}{47}$

h.  $\frac{0,7}{12} > \frac{0,08}{12}$

i.  $\frac{1,82}{12} > \frac{1,802}{12}$

j.  $\frac{0,02}{0,07} < \frac{0,2}{0,07}$

**7** Range les quotients dans l'ordre décroissant.

a.  $\frac{7}{15}; \frac{17}{15}; \frac{2}{15}; \frac{37}{15}; \frac{12}{15}$

$$\frac{37}{15} > \frac{17}{15} > \frac{12}{15} > \frac{7}{15} > \frac{2}{15}$$

b.  $\frac{3,8}{15}; \frac{17,1}{15}; \frac{17,02}{15}; \frac{3,07}{15}; \frac{17,002}{15}$

$$\frac{17,1}{15} > \frac{17,02}{15} > \frac{17,002}{15} > \frac{3,8}{15} > \frac{3,07}{15}$$

**6** Range les quotients dans l'ordre croissant.

a.  $\frac{5}{13}; \frac{7}{13}; \frac{3}{13}; \frac{14}{13}; \frac{12}{13}$

$$\frac{3}{13} < \frac{5}{13} < \frac{7}{13} < \frac{12}{13} < \frac{14}{13}$$

b.  $\frac{1,2}{13}; \frac{4,5}{13}; \frac{1,7}{13}; \frac{4,52}{13}; \frac{4}{13}$

$$\frac{1,2}{13} < \frac{1,7}{13} < \frac{4}{13} < \frac{4,5}{13} < \frac{4,52}{13}$$

**8** Compare les nombres suivants.

a.  $\frac{2}{3}$  et  $\frac{9}{12}$

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$$

or  $\frac{8}{12} < \frac{9}{12}$

donc  $\frac{2}{3} < \frac{9}{12}$

b.  $\frac{24,2}{36}$  et  $\frac{6}{9}$

$$\frac{6}{9} = \frac{6 \times 4}{9 \times 4} = \frac{24}{36}$$

or  $\frac{24}{36} < \frac{24,2}{36}$

donc  $\frac{6}{9} < \frac{24,2}{36}$

c.  $\frac{1}{5}$  et  $\frac{4}{25}$

$$\frac{1}{5} = \frac{1 \times 5}{5 \times 5} = \frac{5}{25}$$

or  $\frac{4}{25} < \frac{5}{25}$

donc  $\frac{4}{25} < \frac{1}{5}$

d.  $\frac{19}{7}$  et 3

$$3 = \frac{3}{1} = \frac{3 \times 7}{1 \times 7} = \frac{21}{7}$$

or  $\frac{19}{7} < \frac{21}{7}$

donc  $\frac{19}{7} < 3$

**1** Entoure :

- en vert, les quotients inférieurs à 1 ;
- en bleu, les quotients égaux à 1 ;
- en rouge, les quotients supérieurs à 1.

$\frac{28}{13}$	$\frac{12,9}{12,9}$	$\frac{285\,698}{286\,598}$	$\frac{1287}{128}$
$\frac{0,03}{0,3}$	$\frac{90,02}{90,20}$	$\frac{2,8}{1}$	$\frac{3,2}{32}$
		$\frac{1}{0,8}$	

**2** On se propose de comparer les deux fractions

$$A = \frac{128}{157} \text{ et } B = \frac{172}{113}.$$

a. Compare les fractions A et B à 1.

$$A < 1 \quad \text{et} \quad B > 1$$

b. Déduis-en une comparaison entre A et B.

$$A < B$$

**3** Sans utiliser de calculatrice, compare les nombres suivants.

a.  $\frac{154}{125} > \frac{158}{189}$

b.  $\frac{678}{987} < \frac{998}{679}$

c.  $\frac{4}{3} > \frac{3}{4}$

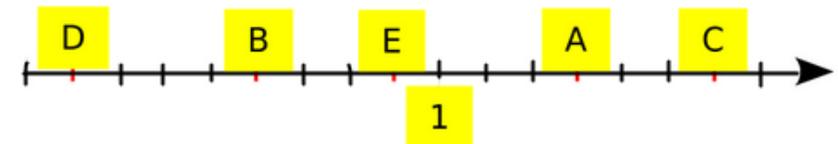
d.  $6 > \frac{1}{6}$

e.  $\frac{5,89}{5,98} < \frac{3,52}{3,25}$

f.  $\frac{1,5}{1,5} < \frac{60}{51,54}$

g.  $\frac{3,2}{1,3} = \frac{32}{13}$

h.  $\frac{1,1}{1,1} > \frac{1,001}{1,010}$

**5** Sur un axe

a. Place sur l'axe les points A, B, C, D et E d'abscisses respectives  $\frac{12}{9}$ ,  $\frac{5}{9}$ ,  $\frac{15}{9}$ ,  $\frac{1}{9}$  et  $\frac{8}{9}$ .

b. Déduis-en un rangement des fractions de la question a. dans l'ordre croissant.

$$\frac{1}{9} < \frac{5}{9} < \frac{8}{9} < \frac{12}{9} < \frac{15}{9}$$

**9** Compare les nombres.

a.  $\frac{9}{4} < \frac{6}{2}$

b.  $\frac{8}{9} > \frac{2}{3}$

c.  $\frac{45}{16} > \frac{10}{4}$

d.  $\frac{35}{63} < \frac{5}{7}$

e.  $\frac{3,2}{5} > \frac{6,04}{10}$

f.  $\frac{10}{210} > \frac{3}{420}$

g.  $\frac{0,7}{12} < \frac{2,4}{36}$

h.  $\frac{2}{12} < 6$

**11** Compare les nombres suivants.

a.  $\frac{9}{4} > \frac{9}{7}$

b.  $\frac{8}{9} < \frac{8}{2}$

c.  $\frac{1}{17} < \frac{1}{7}$

d.  $\frac{10}{5} < \frac{10}{4}$

e.  $\frac{5,5}{21} < \frac{5,5}{19}$

f.  $\frac{8,2}{3,25} > \frac{8,2}{3,52}$

**13** Intercala des quotients écrits sous forme fractionnaire dans les inégalités suivantes.

a.  $\frac{3,82}{7} < \frac{3,822}{7} < \frac{3,83}{7} < \frac{3,8302}{7} < \frac{3,831}{7}$

b.  $\frac{3,8}{12} < \frac{3,8}{11} < \frac{3,8}{10} < \frac{3,8}{9} < \frac{3,8}{7} < \frac{3,8}{6,95} < \frac{3,8}{6,9}$

**10** Écris les nombres suivants sous forme de fractions ayant 24 pour dénominateur.

A =  $\frac{1}{2}$    B =  $\frac{4}{6}$    C =  $\frac{4}{3}$    D =  $\frac{3}{12}$    E =  $\frac{8}{24}$

A =  $\frac{12}{24}$    B =  $\frac{16}{24}$    C =  $\frac{32}{24}$    D =  $\frac{6}{24}$    E =  $\frac{8}{24}$

a. Range les fractions de dénominateur 24 dans l'ordre croissant.

$$\frac{6}{24} < \frac{8}{24} < \frac{12}{24} < \frac{16}{24} < \frac{32}{24}$$

b. Déduis-en le classement des premiers quotients dans l'ordre croissant.

$$\frac{3}{12} < \frac{8}{24} < \frac{1}{2} < \frac{4}{6} < \frac{4}{3}$$

**12** Pour chaque cas, barre l'unique intrus.

a.  $\frac{12}{17} < \frac{13}{17} < \frac{18}{17} < \frac{25}{17} < \frac{2,7}{17} < \frac{28}{17} < \frac{30}{17}$

b.  $\frac{28}{20} < \frac{28}{19} < \frac{28}{21} < \frac{28}{14} < \frac{28}{11} < \frac{28}{9} < \frac{28}{5}$

c.  $\frac{0}{3} < \frac{12}{17} < \frac{15}{21} < \frac{17}{19} < \frac{74}{82} < \frac{19}{18} < \frac{25}{27} < \frac{14}{15}$

