

## Chapitre 3 : Nombres en écriture fractionnaire

### I Comparaison de quotients

#### Méthode:

Pour comparer des nombres en écriture fractionnaire, on les écrit avec le même dénominateur puis on les range dans le même ordre que les numérateurs.

Exemple: Compare les nombres  $\frac{1,2}{4}$  et  $\frac{5,7}{20}$

à connaître  
par cœur!

Règle: On ne change pas la valeur d'une fraction en multipliant ou en divisant son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$$

On écrit le nombre  $\frac{1,2}{4}$  avec le dénominateur 20:  $\frac{1,2}{4} = \frac{1,2 \times 5}{4 \times 5} = \frac{6}{20}$

on compare les numérateurs :  $6 > 5,7$  donc  $\frac{6}{20} > \frac{5,7}{20}$

on en déduit que  $\frac{1,2}{4} > \frac{5,7}{20}$

remarques:

a)

Si des nombres en écriture fractionnaire ont des numérateurs égaux, alors ils sont rangés dans l'ordre inverse de leurs dénominateurs.

Exemple : Compare  $\frac{13}{18}$  et  $\frac{13}{19}$

$$18 < 19 \text{ donc } \frac{13}{18} > \frac{13}{19}$$

En effet si l'on confectionne 2 gâteaux identiques,

l'un nommé "gâteau A" est partagé en 18 parts ; l'autre nommé "gâteau B" est partagé en 19 parts. Les parts du gâteau A sont donc plus grosses.  
On prend le même nombre de parts : on a plus d'un côté 13 grosses parts, de l'autre 13 plus petites parts.

b)

Si le numérateur d'un nombre en écriture fractionnaire est supérieur à son dénominateur, alors le nombre est supérieur à 1.  
Si le numérateur est inférieur au dénominateur alors le nombre est inférieur à 1.

Exemple :  $\frac{127}{156} < 1$  car  $127 < 156$        $\frac{327}{123} > 1$  car  $327 > 123$

## II Additionner ou soustraire 2 fractions :

1) Méthode:

Pour additionner ou soustraire des nombres en écritures fractionnaires, on les écrit avec le même dénominateur, puis on additionne (ou on soustrait) les numérateurs en gardant le dénominateur commun.

Exemple: Calcule  $A = \frac{7}{3} + \frac{6}{12}$

• On écrit les fractions avec le même dénominateur : en 5<sup>e</sup> le dénominateur commun est le plus grand dénominateur.

$$A = \frac{7 \times 4}{3 \times 4} + \frac{6}{12}$$

$$A = \frac{28}{12} + \frac{6}{12}$$

• On additionne les numérateurs en conservant le dénominateur :

$$A = \frac{28+6}{12} \quad A = \frac{34}{12}$$

• On utilise les critères de divisibilité pour simplifier la fraction :

$$A = \frac{34 \div 2}{12 \div 2} = \frac{17}{6}$$

## 2) Simplifier une fraction

### a) Définition:

Simplifier une fraction signifie trouver une fraction qui lui est égale, mais avec un numérateur et un dénominateur plus petits.

Exemples:  $\frac{8}{12} = \frac{2 \times \cancel{4}}{3 \times \cancel{4}} = \frac{2}{3}$        $\frac{20}{35} = \frac{4 \times \cancel{5}}{\cancel{5} \times 7} = \frac{4}{7}$        $\frac{135}{75} = \frac{\cancel{3} \times 45}{\cancel{3} \times 25} = \frac{45}{25}$

remarque 1: Lorsque l'on ne peut plus simplifier la fraction, on dit que celle-ci est **irréductible**.

Par exemple, ci-dessus  $\frac{2}{3}$  et  $\frac{4}{7}$  sont irréductibles alors que  $\frac{45}{25}$  peut encore être simplifié.

remarque 2: Pour simplifier une fraction, on peut décomposer le numérateur et le dénominateur en produit de facteurs à l'aide des **critères de divisibilité**.

### b) Critères de divisibilité

**Rappel n°1 :** Soient  $a$  et  $b$  deux nombres entiers positifs.

Lorsque le reste de la division de  $a$  par  $b$  est égal à zéro,

on dit que  $a$  est un **multiple** de  $b$ , ou que  $b$  est un **diviseur** de  $a$ , ou encore que  $a$  est **divisible** par  $b$ .

**Par exemple :**

- 15 est un **multiple** de 3, car  $15 = 3 \times 5$

Autrement dit, 3 est un **diviseur** de 15, ou encore 15 est **divisible** par 3.

- 17 n'est pas un multiple de 3, car  $17 = 3 \times 5 + 2$

## EXERCICE 1

1. 12 est-il un diviseur de 6? ... *non c'est le contraire* ... 6 est un diviseur de 12
2. 124 est-il divisible par 4? ... *oui car  $124 = 4 \times 31$*
3. 38 est-il un multiple de 5? ... *non car  $38 = 5 \times 7 + 3$*
4. Citer cinq multiples du nombre 12. ...  *$12 \times 1 = 12$  ...  $12 \times 2 = 24$  ...  $12 \times 3 = 36$  ...  $12 \times 4 = 48$  ...  $12 \times 5 = 60$*
5. Citer cinq diviseurs du nombre 12. ... *1; 2; 3; 4; 6; 12 sont tous les diviseurs de 12*
6. Déterminer tous les diviseurs du nombre 30. ... *30 est divisible par 1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30*
7. Déterminer un nombre qui soit à la fois multiple de 2, de 5 et de 7. ...  *$2 \times 5 \times 7$  est un multiple de 2, 5 et de 7.*

**Rappel n°2 : Critères de divisibilité**

- Un nombre sera **divisible par 2** si son dernier chiffre est 0, 2, 4, 6 ou 8.  $1274$  est divisible par 2, car 4 est pair.
- Un nombre sera **divisible par 3** si la somme de ses chiffres est divisible par 3.  $294$  est divisible par 3 car  $2+9+4=15$  et 15 est un multiple de 3.
- Un nombre sera **divisible par 4** si la moitié est paire, ou encore si le nombre formé par ses 2 derniers chiffres est divisible par 4.  $12620$  est divisible par 4 car 20 est divisible par 4.
- Un nombre sera **divisible par 5** si son dernier chiffre est 0 ou 5.  $37956095$  est divisible par 5.
- Un nombre sera **divisible par 9** si la somme de ses chiffres est divisible par 9.  $945$  est divisible par 9 car  $9+4+5=18$  et 18 est divisible par 9.
- Un nombre sera **divisible par 10** si son dernier chiffre est 0.  $890910$  est divisible par 10.

**EXERCICE 2**

Parmi les nombres suivants :

|      |      |      |     |      |       |        |
|------|------|------|-----|------|-------|--------|
| 1125 | 6354 | 8940 | 917 | 1308 | 51225 | 111111 |
|------|------|------|-----|------|-------|--------|

préciser :

- lesquels sont divisibles par 2 :  $6354; 8940; 1308;$ - lesquels sont divisibles par 3 :  $1125$  car  $1+1+2+5=9$  ;  $6354; 8940; 1308; 51225; 111111$ - lesquels sont divisibles par 4 :  $8940; 1308;$ - lesquels sont divisibles par 5 :  $1125; 8940; 51225$ - lesquels sont divisibles par 9 :  $1125; 6354;$ Montrer que le nombre qui reste est divisible par 7 :  $917 = 700 + 210 + 7$

$$917 = 700 + 210 + 7$$

$$= 7 \times 100 + 7 \times 30 + 7 \times 1$$

$$= 7 \times (100 + 30 + 1)$$

$$= 7 \times 131$$