

Chapitre 3 : nombres en écriture fractionnaire

I Comparaison de quotients

1) Transformer, simplifier une écriture fractionnaire :

Règle : Si on multiplie ou si on divise le numérateur et le dénominateur d'un quotient par un même nombre non nul alors on obtient un quotient égal :

pour tous nombres a , b et k tels que b et k sont différents de zéro $\frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a}{b}$ et $\frac{a \div k}{b \div k} = \frac{a}{b}$

Exemple 1 : Simplifie le quotient $\frac{42}{140}$

on cherche les facteurs communs à 42 et 140 : $\frac{42}{140} = \frac{3 \times \cancel{7} \times \cancel{2}}{10 \times \cancel{7} \times \cancel{2}}$

on peut simplifier le quotient :

$$\frac{42}{140} = \frac{3}{10}$$

Remarque : $\frac{3}{10}$ est une fraction irréductible

car 3 et 10 sont **premiers entre eux** : ils n'ont pas d'autre diviseur commun que 1.

Exemple 2 : Détermine le nombre manquant dans l'égalité $\frac{1,2}{6} = \frac{\dots}{18}$

Pour passer de 6 à 18, on multiplie par 3 au dénominateur

Donc pour trouver le nombre manquant au numérateur, on multiplie 1,2 par 3 ce qui donne 3,6.

$$\frac{1,2}{6} = \frac{1,2 \times 3}{18} = \frac{3,6}{18}$$

Diagram illustrating the multiplication of both numerator and denominator by 3 to find the missing value in the fraction.

2) Comparer des nombres en écriture fractionnaire

Méthode 1: Pour comparer des nombres en écriture fractionnaire, on les écrit avec le même dénominateur puis on les range dans le même ordre que leurs numérateurs.

Exemple: Compare les nombres $\frac{1,2}{4}$ et $\frac{5,7}{20}$

• On écrit le nombre $\frac{1,2}{4}$ avec le dénominateur 20: $\frac{1,2}{4} = \frac{1,2 \times 5}{4 \times 5} = \frac{6}{20}$

• On compare les numérateurs: $6 > 5,7$

on range les fractions dans l'ordre des numérateurs: $\frac{6}{20} > \frac{5,7}{20}$

On en déduit que $\frac{1,2}{4} > \frac{5,7}{20}$

Méthode 2

Si le numérateur d'un nombre en écriture fractionnaire est supérieur à son dénominateur alors le nombre est supérieur à 1.

Si le numérateur est inférieur au dénominateur, alors le quotient est inférieur à 1.

exemple: $\frac{233}{127} > 1$ car $233 > 127$

$\frac{121}{512} < 1$ car $121 < 512$

Méthode 3

Des nombres en écriture fractionnaire qui ont des numérateurs égaux sont rangés dans l'ordre inverse de leurs dénominateurs.

exemple $\frac{13}{18} > \frac{13}{19}$

c'est logique ! En effet si on réalise 2 gâteaux identiques nommés respectivement "gâteau A" et "gâteau B", que l'on coupe le gâteau A en 18 parts égales et le gâteau B en 19 parts égales. alors les parts de gâteau A sont plus grosses !

II Additionner ou soustraire des nombres en écriture fractionnaire

1) Lorsque les dénominateurs sont les mêmes

Règle:

Pour additionner (ou soustraire) des nombres en écriture fractionnaire ayant le même dénominateur, on garde le dénominateur commun et on additionne (ou soustrait) les numérateurs.

Exemple: Calcule $A = \frac{7}{3} + \frac{6}{3}$

$$A = \frac{7+6}{3}$$

$$A = \frac{13}{3}$$

$$B = \frac{9}{4} - \frac{3}{4}$$

$$B = \frac{9-3}{4}$$

$$B = \frac{6}{4}$$

on simplifie la fraction à l'aide des critères de divisibilité

$$B = \frac{3 \times \cancel{2}}{2 \times \cancel{2}}$$

$$B = \frac{3}{2}$$

Application: Exercices n° 4, 5, 6 page 14

remarque: Lorsque l'on ne peut plus simplifier la fraction, on a obtenu une **fraction irréductible**.

$\frac{3}{2}$ est une fraction irréductible.

2) Lorsque les dénominateurs sont différents

Règle:

Pour additionner (ou soustraire) des nombres en écriture fractionnaire ayant des dénominateurs différents, il faut les réduire au même dénominateur, puis une fois qu'on a trouvé un dénominateur commun, on applique la règle précédente.

Exemple: Calcule $A = \frac{7}{3} + \frac{6}{12}$

on cherche un dénominateur commun: en 5^e c'est presque toujours le plus grand des 2 dénominateurs

Le dénominateur commun est 12, on va donc transformer $\frac{7}{3}$ en une fraction égale dont le dénominateur sera 12.

$$A = \frac{7 \times 4}{3 \times 4} + \frac{6}{12}$$

$$A = \frac{28}{12} + \frac{6}{12}$$

$$A = \frac{28+6}{12} = \frac{34}{12}$$

$$A = \frac{2 \times 17}{2 \times 6} = \frac{17}{6}$$

III Multiplier des nombres en écriture fractionnaire :

1) Prendre une fraction d'une quantité

Definition :

Multiplier une fraction par un nombre c'est calculer la fraction du nombre.
Les mots de, du, d' se remplacent par le symbole \times .

Exemple

"deux cinquièmes de 12" signifie $\frac{2}{5} \times 12$.

$$\begin{aligned} \text{on calcule : } \frac{2}{5} \times 12 &= \frac{2 \times 12}{5} \\ &= \frac{24}{5} \end{aligned}$$

2) Produit de nombres en écriture fractionnaire :

Règle :

Pour multiplier des nombres en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Quand les facteurs du numérateur et du dénominateur ont des diviseurs communs, il est préférable de simplifier avant de calculer les produits.

Exemple 1: $A = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$

$$A = \frac{2 \times 4}{3 \times 5}$$

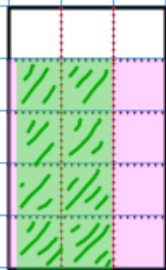
$$A = \frac{8}{15}$$

Illustrons ce calcul par un dessin :

Calculer $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$ revient à déterminer

les $\frac{2}{3}$ de $\frac{4}{5}$.

- On trace un rectangle et on prend les $\frac{4}{5}$ pour cela on le partage en 5 rangées égales et on en retient 4 que l'on colore en rose.



Il y a 15 parts égales
dont 8 sont colorées en vert.

- On considère maintenant la surface colorée et on la partage en 3 parts égales, et on en retient 2.

Pour cela on découpe dans l'autre sens afin de mettre en évidence des parts de même taille puis on hachure 2 colonnes dans la partie rose.

Exemple 2: $B = \frac{3,2}{5}$

⑦ a) Calcule les entiers suivants :

$$\bullet 1 \times \frac{5}{7} = 5 \quad \bullet \frac{11}{5} \times 5 = 11 \quad \bullet \frac{8}{19} \times 19 = 8$$

b) Recopie et complète les égalités suivantes :

$$\bullet 7 \times \frac{7}{7} = 7; \quad \bullet 9 \times \frac{1}{9} = 1; \quad \bullet 6 \times \frac{8}{5} = 8;$$

$$\bullet 8 = \frac{8}{2} \times 2; \quad \bullet 5 = \frac{5}{5} \times 5; \quad \bullet 14 = \frac{14}{7} \times 7.$$

$$\begin{array}{r|l} \frac{7}{4} \times 8 & 7 \times 8 \\ \hline 4 & \frac{7 \times 8}{4} \end{array}$$

⑧ Recopie les égalités suivantes en les complétant par un calcul mental :

$$\text{a) } 7 \times \frac{9}{1} = 63; \quad \text{b) } 6 \times \frac{8}{2} = 24;$$

$$\text{c) } 8 \times \frac{3}{2} = 12; \quad \text{d) } 9 \times \frac{2}{3} = 6;$$

$$\text{e) } 15 \times \frac{7}{7} = 15; \quad \text{f) } \frac{7}{4} \times \frac{8}{1} = 14.$$

$$\frac{7}{4} \times 8 = 14 = 7 \times 2$$