

## Chapitre 3: nombres en écriture fractionnaire

### I Comparaison de quotients

#### 1) Transformer, simplifier une écriture fractionnaire:

Règle: Si on multiplie ou si on divise le numérateur et le dénominateur d'un quotient par un même nombre non nul alors on obtient un quotient égal :

pour tous nombres  $a$ ,  $b$  et  $k$  tels que  $b$  et  $k$  sont différents de zéro  $\frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a}{b}$  et  $\frac{a \div k}{b \div k} = \frac{a}{b}$

Exemple 1: Simplifie le quotient  $\frac{42}{140}$

on cherche les facteurs communs à 42 et 140:  $\frac{42}{140} = \frac{3 \times \cancel{2} \times \cancel{7}}{10 \times \cancel{7} \times \cancel{2}}$

on peut simplifier le quotient :

$\frac{42}{140} = \frac{3}{10}$  Remarque:  $\frac{3}{10}$  est une fraction irréductible

car 3 et 10 sont premiers entre eux: ils n'ont pas d'autre diviseur commun que 1.

Exemple 2 : Détermine le nombre manquant dans l'égalité  $\frac{1,2}{6} = \frac{\dots}{18}$

Pour passer de 6 à 18, on multiplie par 3 au dénominateur

Donc pour trouver le nombre manquant au numérateur, on multiplie 1,2 par 3 ce qui donne 3,6.

$$\frac{1,2}{6} = \frac{1,2 \times 3}{18} = \frac{3,6}{18}$$

## 2) Comparer des nombres en écriture fractionnaire

Méthode 1 :

Pour comparer des nombres en écriture fractionnaire, on les écrit avec le même dénominateur puis on les range dans le même ordre que leurs numérateurs.

Exemple : Compare les nombres  $\frac{1,2}{4}$  et  $\frac{5,7}{20}$

• On écrit le nombre  $\frac{1,2}{4}$  avec le dénominateur 20 :  $\frac{1,2}{4} = \frac{1,2 \times 5}{4 \times 5} = \frac{6}{20}$

• On compare les numérateurs :  $6 > 5,7$

on range les fractions dans l'ordre des numérateurs:  $\frac{6}{20} > \frac{5,7}{20}$

On en déduit que  $\frac{1,2}{4} > \frac{5,7}{20}$

### Méthode 2

Si le numérateur d'un nombre en écriture fractionnaire est supérieur à son dénominateur, alors le nombre est supérieur à 1.

Si le numérateur est inférieur au dénominateur, alors le quotient est inférieur à 1.

exemple:  $\frac{233}{127} > 1$  car  $233 > 127$

$\frac{121}{512} < 1$  car  $121 < 512$

### Méthode 3

Des nombres en écriture fractionnaire qui ont des numérateurs égaux sont rangés dans l'ordre inverse de leurs dénominateurs.

exemple  $\frac{13}{18} > \frac{13}{19}$

c'est logique ! En effet si on réalise 2 gâteaux identiques nommés respectivement "gâteau A" et "gâteau B", que l'on coupe le gâteau A en 18 parts égales et le gâteau B en 19 parts égales. alors les parts de gâteau A sont plus grosses !

## II Additionner ou soustraire des nombres en écriture fractionnaire

### 1) Lorsque les dénominateurs sont les mêmes

Règle:

Pour additionner (ou soustraire) des nombres en écriture fractionnaire ayant le même dénominateur, on garde le dénominateur commun et on additionne (ou soustrait) les numérateurs.

Exemple: Calcule  $A = \frac{7}{3} + \frac{6}{3}$

$$A = \frac{7+6}{3}$$

$$A = \frac{13}{3}$$

$$B = \frac{9}{4} - \frac{3}{4}$$

$$B = \frac{9-3}{4}$$

$$B = \frac{6}{4} \quad \text{on simplifie la fraction à l'aide des critères de divisibilité}$$

$$B = \frac{3 \times \cancel{2}}{2 \times \cancel{2}}$$

$$B = \frac{3}{2}$$

Application: Exercices n° 4, 5, 6 page 14

remarque: Lorsque l'on ne peut plus simplifier la fraction, on a obtenu une **fraction irréductible**.

$\frac{3}{2}$  est une fraction irréductible.

## 2) Lorsque les dénominateurs sont différents

Règle: Pour additionner (ou soustraire) des nombres en écriture fractionnaire ayant des dénominateurs différents, il faut les réduire au même dénominateur, puis une fois qu'on a trouvé un dénominateur commun, on applique la règle précédente.

Exemple: Calcule  $A = \frac{7}{3} + \frac{6}{12}$

on cherche un dénominateur commun: en 5<sup>e</sup> c'est presque toujours le plus grand des 2 dénominateurs

Le dénominateur commun est 12, on va donc transformer  $\frac{7}{3}$  en une fraction égale dont le dénominateur sera 12.

$$A = \frac{7 \times 4}{3 \times 4} + \frac{6}{12}$$

$$A = \frac{28}{12} + \frac{6}{12}$$

$$A = \frac{28+6}{12} = \frac{34}{12}$$

$$A = \frac{2 \times 17}{2 \times 6} = \frac{17}{6}$$

### III Multiplier des nombres en écriture fractionnaire :

#### 1) Prendre une fraction d'une quantité

Definition :

Multiplier une fraction par un nombre c'est calculer la fraction du nombre.  
Les mots de, du, d' se remplacent par le symbole  $\times$ .

Exemple

"deux cinquièmes de 12" signifie  $\frac{2}{5} \times 12$ .

$$\begin{aligned} \text{on calcule : } \frac{2}{5} \times 12 &= \frac{2 \times 12}{5} \\ &= \frac{24}{5} \end{aligned}$$

#### 2) Produit de nombres en écriture fractionnaire :

Règle :

Pour multiplier des nombres en écriture fractionnaire, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Quand les facteurs du numérateur et du dénominateur ont des diviseurs communs, il est préférable de simplifier avant de calculer les produits.

Exemple 1:  $A = \frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$

$$A = \frac{2 \times 4}{3 \times 5}$$

$$A = \frac{8}{15}$$

Illustrons ce calcul par un dessin :

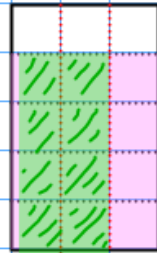
Calculer  $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5}$  revient à déterminer

les  $\frac{2}{3}$  de  $\frac{4}{5}$ .

• On trace un rectangle et on prend les  $\frac{4}{5}$

pour cela on le partage en 5 rangées égales

et on en retient 4 que l'on colore en rose.



• On considère maintenant la surface coloriée et on la partage en 3 parts égales, et on en retient 2.

Pour cela on découpe dans l'autre sens afin de mettre en évidence des parts de même taille puis on lachure 2 colonnes dans la partie rose.

Il y a 15 parts égales

dont 8 sont coloriées en vert.

Exemple 2:  $B = \frac{3,2}{5} \times \frac{3}{1,3}$

$$B = \frac{3,2 \times 3}{5 \times 1,3}$$

$$= \frac{9,6}{6,5}$$

$$= \frac{96}{65}$$

Exemple 3: Johnny passe  $\frac{8}{35}$  de son temps libre sur internet. Lorsqu'il est sur internet, il utilise 30% de son temps de connexion à chatter avec Bob sur Instagram.

Quelle proportion de son temps libre, Johnny consacre-t-il à chatter avec Bob?

Johnny passe 30% des  $\frac{8}{35}$  de son temps libre sur Instagram :

$$\text{on calcule } \frac{30}{100} \times \frac{8}{35}$$

$$= \frac{30 \times 8}{100 \times 35}$$

$$= \frac{\cancel{5} \times 6 \times \cancel{4} \times 2}{\cancel{4} \times 25 \times \cancel{8} \times 7}$$

$$= \frac{6 \times 2}{25 \times 7}$$

$$= \frac{12}{175}$$

Johnny passe les  $\frac{12}{175}$  de son temps libre à chatter sur Insta avec Bob.