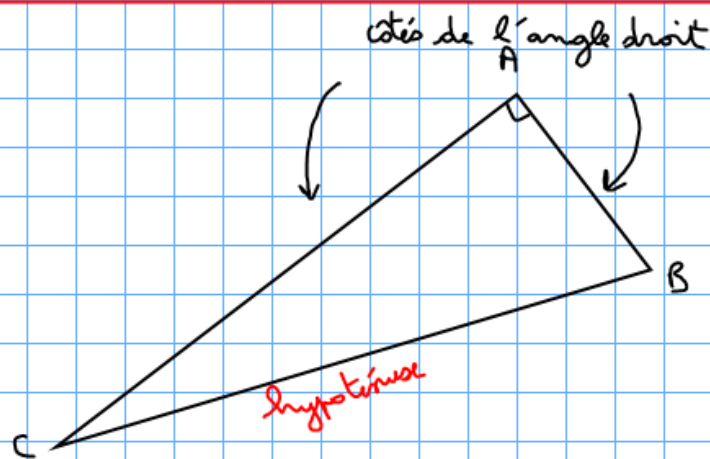


Chapitre 4 : Théorème de Pythagore

I Vocabulaire et notations

1) Definitions:

- On dit qu'un triangle est **rectangle** si l'un de ses trois angles est un angle droit.
- Dans un triangle rectangle, les angles **aigus** sont **complémentaires** (leur somme est égale à 90°).
- Dans un triangle rectangle, le côté opposé au sommet de l'angle droit est appelé **hypoténuse**; c'est le plus grand côté du triangle rectangle.



2) carré d'un nombre

Le **carré** d'un nombre a est égal au produit du nombre a par lui-même.

On note $a^2 = a \times a$ et on prononce "a au carré".

a) Exemples:

► Le carré de 8 se note 8^2 et est égal à $8 \times 8 = 64$

Le carré de -7 se note $(-7)^2$ et est égal à $(-7) \times (-7) = 49$

⚠ Ne pas confondre le carré de 8 avec le **double** de 8 qui vaut $8 + 8 = 2 \times 8 = 16$.


► Le carré de $\frac{2}{7}$ est $\left(\frac{2}{7}\right)^2 = \frac{2}{7} \times \frac{2}{7} = \frac{4}{49}$





b) carré parfait

On appelle **carré parfait** le carré d'un nombre entier positif. Voici la liste des quinze premiers carrés parfaits

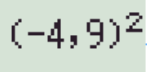
nombre	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
carré	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144	169	196	225

3) Utiliser sa calculatrice

Pour déterminer le carré d'un nombre positif, on utilise la touche 


pour calculer le carré de 2,5 on tape la séquence    

⚠ Si le nombre est négatif, il faut le mettre entre parenthèses

Exemple: pour calculer le carré de -4,9 on tape la séquence: 






4) racine carrée d'un nombre positif

Pour déterminer le nombre positif dont on nous donne le carré, on utilise la touche  que l'on atteint en

tapant   sur la casio

ou   sur la Ti

Exemple: Quel est le nombre positif dont le carré est égal à 441?

on tape   441  on obtient 21. Cela signifie que $21^2 = 441$

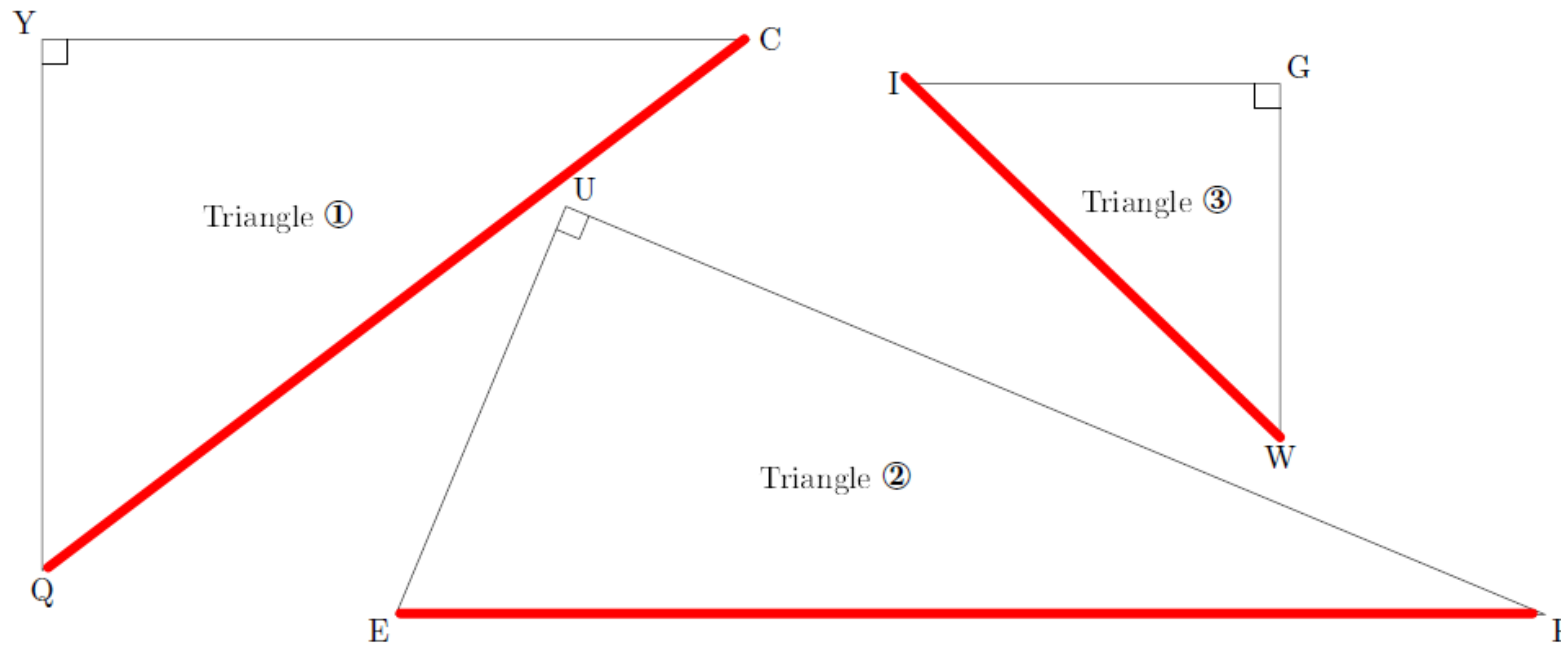
II Théorème de Pythagore: forme directe

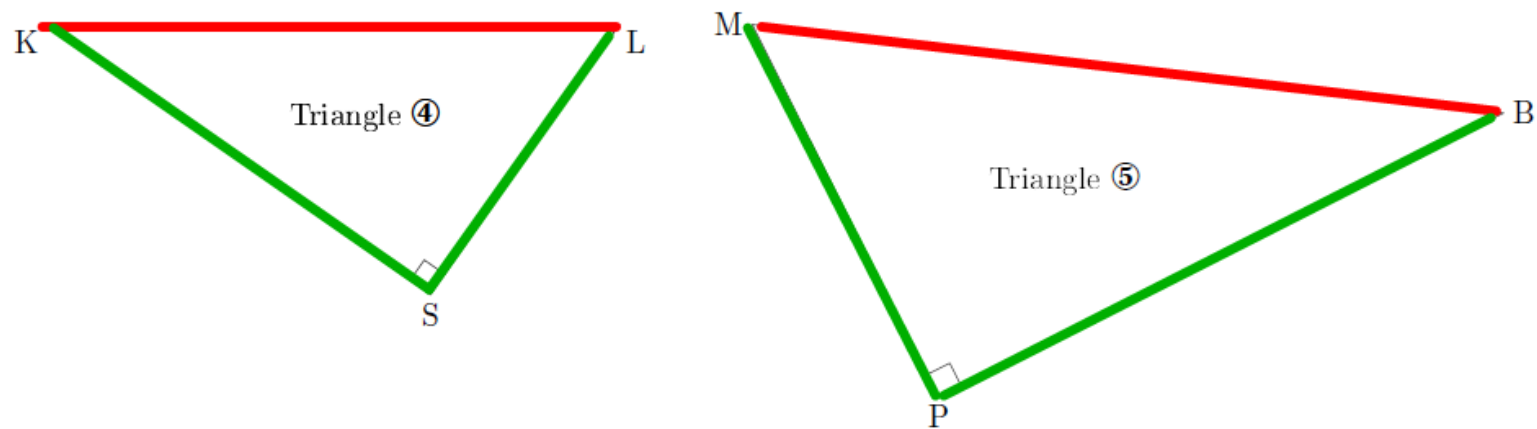
1) Théorème

Si un triangle est rectangle alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des côtés de l'angle droit.

ÉCRIRE LA RELATION DE PYTHAGORE

Dans les triangles suivants, repasser en rouge l'hypoténuse, et en vert les côtés de l'angle droit. Puis écrivez pour chacun d'entre eux la relation de Pythagore.





Nom du triangle	carré de l'hypoténuse = somme des carrés des côtés de l'angle droit		
① QYC	QC^2	=	$YQ^2 + YC^2$
② EUF	EF^2	=	$EU^2 + UF^2$
③ IGW	IW^2	=	$IG^2 + GW^2$
④ KSL	KL^2	=	$KS^2 + SL^2$
⑤ MPB	MB^2	=	$MP^2 + PB^2$

2)

COMPÉTENCE G5 : CALCULER LA LONGUEUR D'UN CÔTÉ D'UN TRIANGLE RECTANGLE GRÂCE AU THÉORÈME DE PYTHAGORE

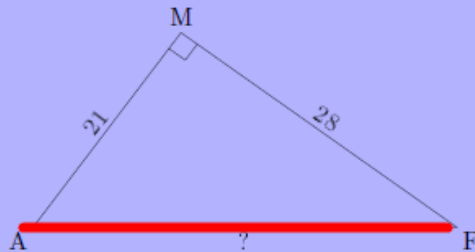
a) Calculer la longueur de l'hypoténuse

EXEMPLE

Énoncé :

Soit AMF un triangle rectangle en M, tel que $AM=21$ cm et $MF=28$ cm. Calculer AF.

Solution :



On sait que AMF est un triangle rectangle en M.

Or, selon le théorème de Pythagore, si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des côtés de l'angle droit.

On peut donc écrire l'égalité $AF^2 = MA^2 + MF^2$

$$AF^2 = 21^2 + 28^2$$

$$AF^2 = 441 + 784$$

$$AF^2 = 1225$$

$$AF = \sqrt{1225} = 35$$

La longueur AF vaut 35 cm.

Exercice 1 (à trous)

Énoncé : Soit EGL un triangle rectangle en L, tel que EL=2,5 cm et LG=6 cm. Calculer la longueur EG.

Solution : On sait que $\triangle E L G$ est un triangle rectangle en L.

Or, selon le théorème de Pythagore, si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des côtés de l'angle droit.

On peut donc écrire l'égalité $EG^2 = LG^2 + LE^2$

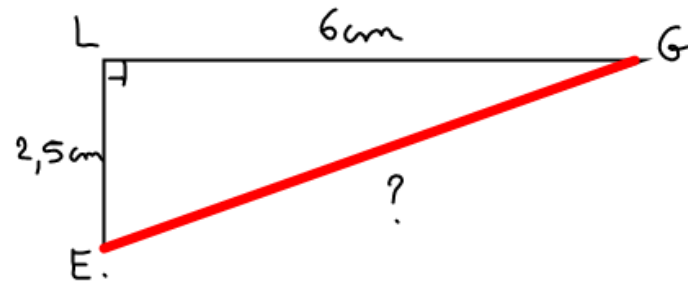
$$EG^2 = 6^2 + 2,5^2$$

$$EG^2 = 36 + 6,25$$

$$EG^2 = 42,25$$

$$EG = \sqrt{42,25} = 6,5$$

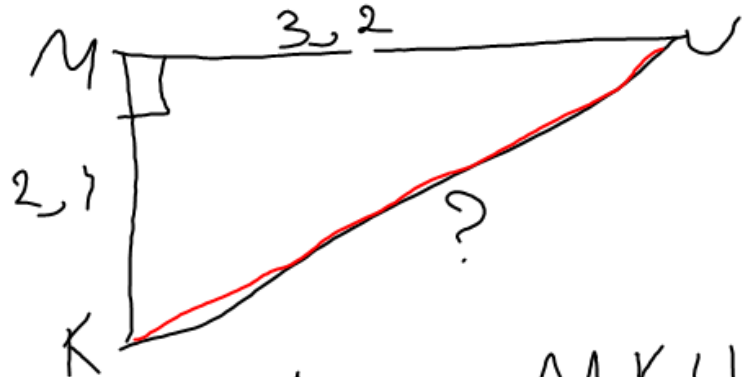
La longueur EG vaut 6,5 cm.



Application: Exercice 2 (cahier d'exercices)

Exercice 2

1. Soit MKU un triangle rectangle en M, tel que MK=2,4 cm et MU=3,2 cm ; calculer la longueur KU.



On sait que MKU est un triangle rectangle en M

D'après le théorème de Pythagore on a :

$$KU^2 = MK^2 + MU^2$$

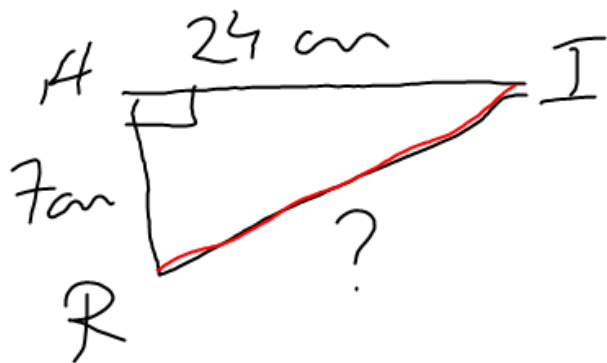
$$KU^2 = 2,4^2 + 3,2^2$$

$$KU^2 = 5,76 + 10,24$$

$$KU^2 = 16$$

$$KU = \sqrt{16} = 4$$

2. Soit IHR un triangle rectangle en H, tel que HI=24 cm et HR=7 cm ; calculer la longueur IR.



On sait que $\triangle IHR$ est rectangle en H

On peut appliquer le théorème de Pythagore.

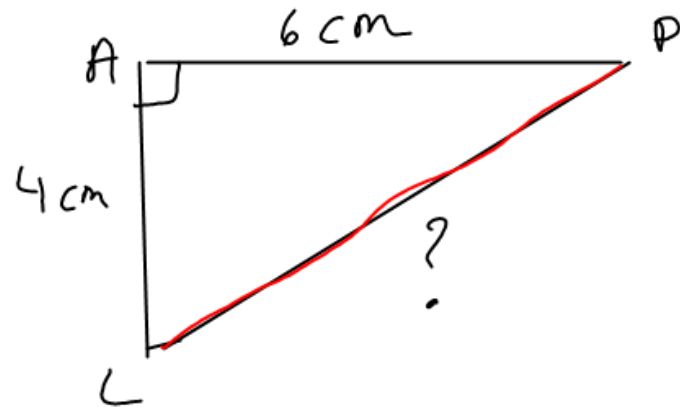
$$IR^2 = HI^2 + HR^2$$

$$IR^2 = 24^2 + 7^2$$

$$IR^2 = 576 + 49$$

$$IR^2 = 625$$

3. Soit LPA un triangle rectangle en A, tel que AP=6 cm et AL=4 cm ; calculer une valeur arrondie au millimètre de la longueur LP.



Or
 on sait que LPA est rectangle en A. D'après le théorème de Pythagore

$$LP^2 = AP^2 + AL^2$$

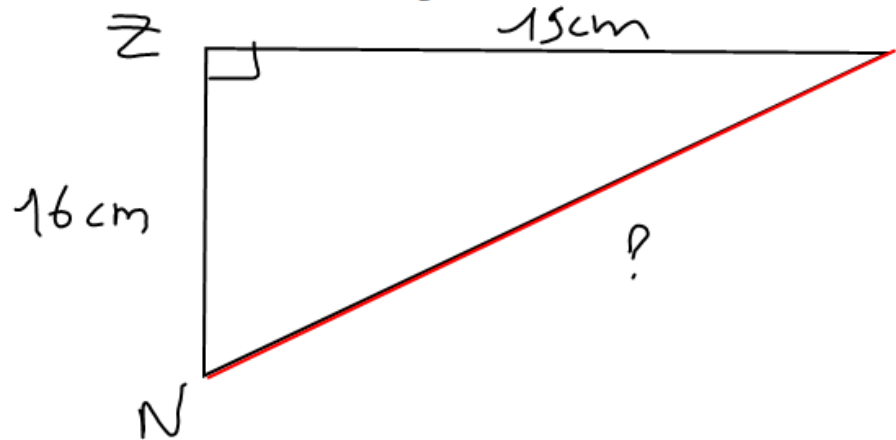
$$LP^2 = 6^2 + 4^2$$

$$LP^2 = 36 + 16$$

$$LP^2 = 52$$

Donc $LP = \sqrt{52} \approx 7,2$ cm.
 La longueur de LP vaut 7,2 cm.

4. Soit ZTN un triangle rectangle en Z, tel que TZ=19 cm et NZ=16 cm ; calculer une valeur arrondie au centimètre de la longueur TN.



On sait que TNZ est rectangle en Z.

Or, d'après le thm de Pythagore:

$$TN^2 = ZT^2 + ZN^2$$

$$TN^2 = 19^2 + 16^2$$

$$TN^2 = 361 + 256$$

$$TN^2 = 617$$

$$\text{Donc } TN = \sqrt{617} \approx 25$$

$$TN \approx 25 \text{ cm.}$$

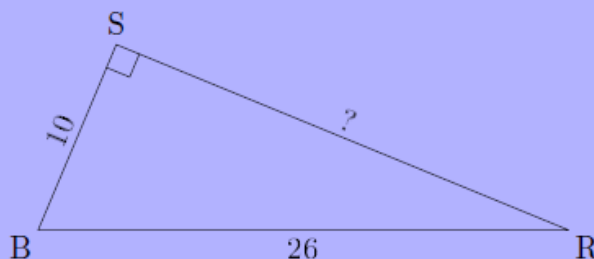
b) Calculer la longueur d'un côté de l'angle droit

EXEMPLE

Énoncé :

Soit BSR un triangle rectangle en S, tel que $SB=10$ cm et $BR=26$ cm. Calculer SR.

Solution :



On sait que BSR est un triangle rectangle en S.

Or, selon le théorème de Pythagore, si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des côtés de l'angle droit.

On peut donc écrire l'égalité $BR^2 = SB^2 + SR^2$

$$26^2 = 10^2 + SR^2$$

$$676 = 100 + SR^2$$

$$SR^2 = 676 - 100$$

$$SR^2 = 576$$

$$SR = \sqrt{576} = 24$$

La longueur SR vaut 24 cm.

3) Utiliser le théorème de Pythagore pour démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle

Exemple type :

On considère le triangle ABC tel que $AC = 6\text{ cm}$ $BC = 9\text{ cm}$ $AB = 12\text{ cm}$.
 Démontrons que ce triangle n'est pas rectangle.

Raisonnons : Si le triangle est rectangle alors son hypoténuse est son plus grand côté : [AB]

Rédigeons : D'une part | D'autre part

Pour mardi, dans ton cahier d'exercices, termine
 la rédaction de ce point méthode.

Exercice 1 (à trous)

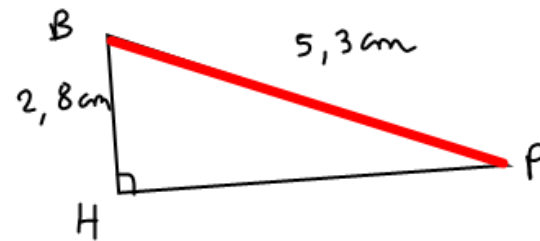
Énoncé : Soit BHP un triangle rectangle en H, tel que BP=5,3 cm et BH=2,8 cm. Calculer la longueur HP.

Solution : On sait que BHP est un triangle rectangle en H.

Or, selon le théorème de Pythagore, si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des côtés de l'angle droit.

$$\begin{aligned} \text{On peut donc écrire l'égalité } BP^2 &= BH^2 + HP^2 \\ 5,3^2 &= 2,8^2 + HP^2 \\ 28,09 &= 7,84 + HP^2 \\ HP^2 &= 28,09 - 7,84 \\ HP^2 &= 20,25 \\ HP &= \sqrt{20,25} = 4,5 \end{aligned}$$

La longueur HP vaut 4,5 cm.



Application : Exercice 2 (cahier d'exercices)