Chapitre 4 : Le triangle et ses droites remarquables

I Propriétés fondamentales

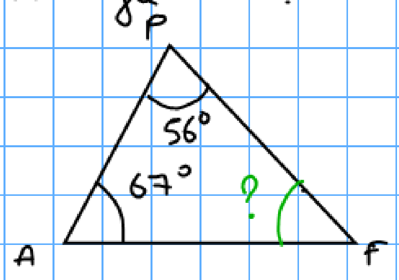
1) Somme des angles

Dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180°

Exemple : Soit un triangle PAF tel que $\widehat{PAF} = 67°$ et $\widehat{FPA} = 56°$.

Calcule la mesure de l'angle $\widehat{PFA}$.

on fait un dessin à main levée



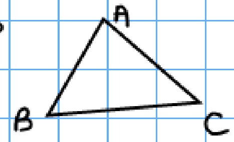
$67 + 56 = 123$

$180 - 123 = 57$ donc $\widehat{PFA} = 57°$

2) Inégalité triangulaire

Dans un triangle, la longueur d'un côté est toujours inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

$AB \leq AC + CB$



Lorsqu'il y a égalité, les trois points sont alignés et le triangle est aplati.

Remarque : pour vérifier si on peut construire un triangle il suffit de vérifier que la plus grande longueur est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

Exemple 1 : Peut-on construire le triangle COR tel que $CO = 5\text{cm}$ $OR = 6\text{cm}$ et $RC = 4\text{cm}$?

Méthode 4è !

On sait que le plus grand côté mesure 6 cm et que la somme des deux plus petites longueurs est égale à 9cm

Or pour vérifier si on peut construire un triangle il suffit de vérifier que la plus grande longueur est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

Donc le triangle est constructible.

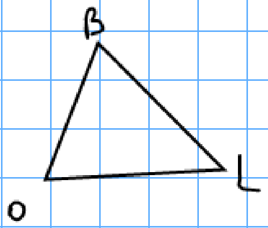
Autre rédaction acceptée en 5è : On sait que dans un triangle, la longueur du plus grand côté est toujours inférieure à la somme des longueurs des deux plus petits côtés

Or

Or $6 < 5 + 4$; l'inégalité triangulaire est vérifiée

Donc le triangle est constructible.

Exemple 2 : Écris les 3 inégalités pour le triangle BOL.



$BO < LO + LB$

$BL < BO + OL$

$OL < BL + BO$

Exemple 3 : Points alignés ou non ?

AB	BC	AC
14 cm	7 cm	9 cm

On sait que le plus grand côté est $AB = 14$ cm et que $BC + AC = 7 + 9$
$= 16$ cm

Or pour que 3 points soient alignés, il faut que la plus grande longueur soit égale à la somme des deux plus petites longueurs.

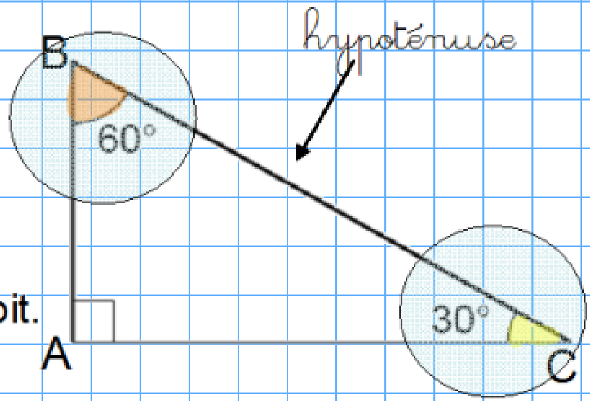
Donc les points ne sont pas alignés

II- TRIANGLES PARTICULIERS

1- Triangle rectangle

a) Définition :

Un triangle est rectangle s'il possède un angle droit



Sur la figure précédente, le point A est le sommet de l'angle droit.
On dit que le triangle ABC est **rectangle en A**.

b) Vocabulaire :

Dans un triangle rectangle le côté opposé à l' angle droit est nommé « hypoténuse » . C'est toujours le plus grand côté !

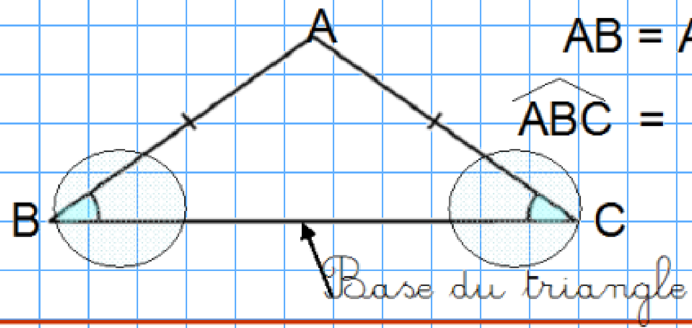
c) Propriétés :

Dans un triangle rectangle, les angles aigus sont complémentaires (leur somme est égale à 90°)

Réciproquement,

Si un triangle a deux angles complémentaires, alors il est rectangle.

2- Triangle isocèle



AB = AC

$\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$

a) Définition :

Un triangle isocèle est un triangle qui a deux côtés de même longueur

b) Vocabulaire :

Le sommet commun aux 2 côtés de même longueur est appelé sommet principal.

Le côté opposé au sommet principal est appelé la base

Le triangle ABC est isocèle en A et sa base est BC.

c) Propriétés :

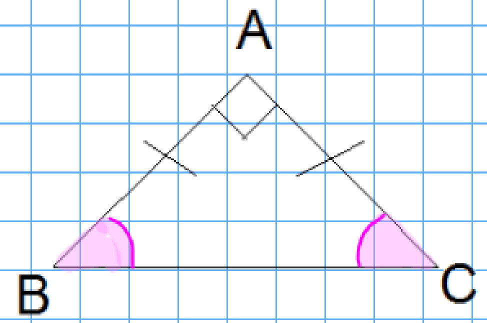
Dans un triangle isocèle, les angles adjacents à la base sont de même mesure

Réciproquement,

Si un triangle a deux angles de même mesure alors il est isocèle.

Remarque :

Un triangle peut être rectangle et isocèle



$AB = AC$

$\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$

$= 90 : 2$

$= 45°$

Quelle est la mesure de chaque angle ?

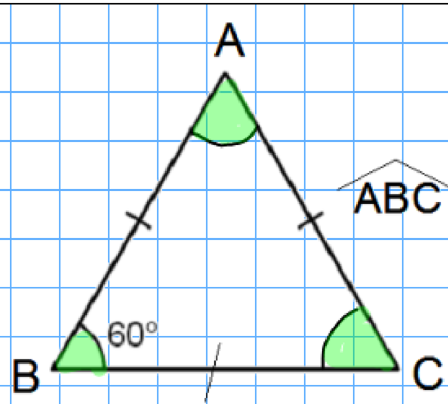
On sait que ABC est un triangle isocèle en A.

On en déduit que $\widehat{ABC} = \widehat{ACB}$

Or, dans un triangle rectangle les angles aigus sont complémentaires.

Donc chaque angle aigu mesure $90 \div 2 = 45°$

3- Triangle équilatéral



AB = AC = BC

$\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \widehat{BAC} = 60°$

a) Définition :

Un triangle équilatéral est un triangle qui a trois côtés de même longueur

b) Propriétés :

Un triangle équilatéral possède 3 angles de même mesure.

Quelle est la mesure de chaque angle ?

On sait qu'un triangle équilatéral possède 3 angles de même mesure

Or, dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180°

Donc chaque angle mesure $180 \div 3 = 60°$

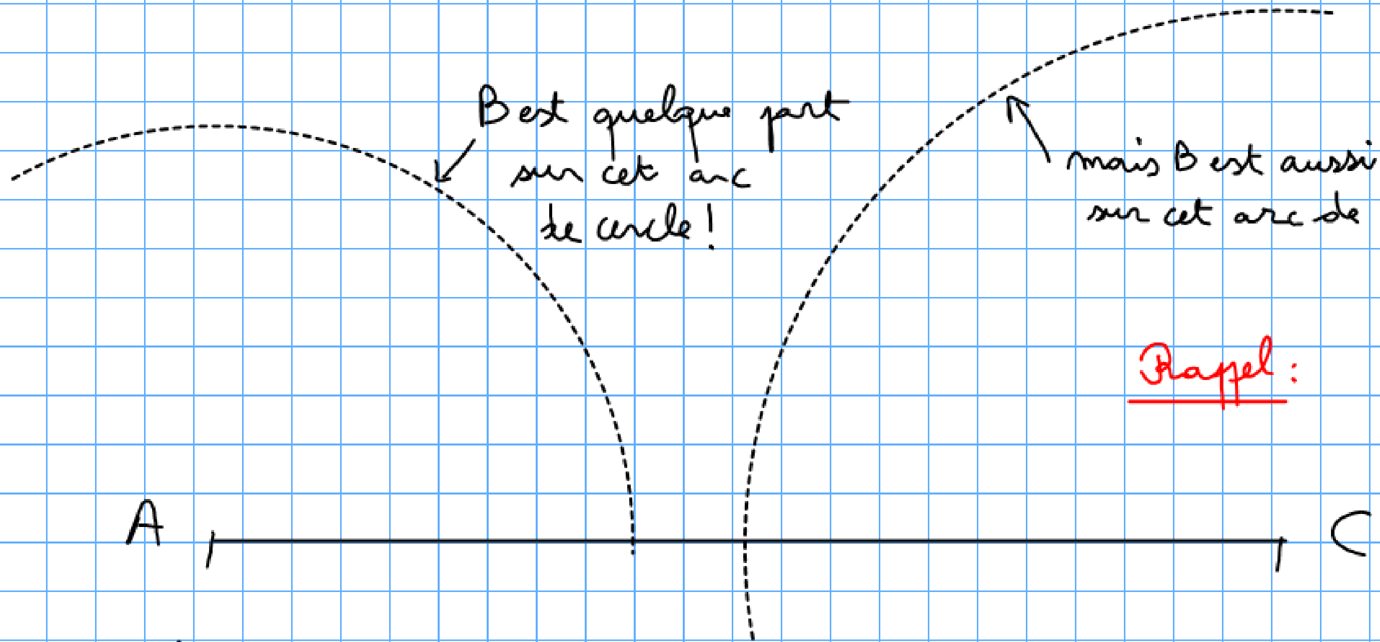
c) Conséquence :

Si un triangle isocèle possède un angle de 60°, alors il est équilatéral

III- CONSTRUCTION DE TRIANGLES

1- En connaissant les 3 côtés

Exemple 1 : Construis un triangle ABC tel que $AB = 3\text{cm}$; $BC = 4\text{cm}$; $AC = 8\text{cm}$



Rappel : Triangle non constructible

L'inégalité triangulaire n'est pas respectée !!

Or les 2 arcs de cercle ne se coupent pas

Donc le triangle n'est pas constructible.