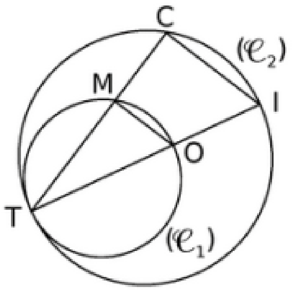
Fiche de correction d'exercices : ceinture bleue triangles et parallèles

3 *Des cercles*



On a tracé deux cercles ($\mathscr{C}_1$) et ($\mathscr{C}_2$) de diamètres respectifs [TO] et [TI].

TO = 3,5 cm ;
TI = 5,6 cm.

a. Démontre que TOM et TIC sont rectangles.

Données : M appartient au cercle de diamètre [OT].
Propriété : Si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre l'un de ses côtés alors ce triangle est rectangle et admet ce diamètre pour hypoténuse.
Conclusion : TOM est un triangle rectangle en M.

Données : C appartient au cercle de diamètre [IT].
Propriété : Si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre l'un de ses côtés alors ce triangle est rectangle et admet ce diamètre pour hypoténuse.
Conclusion : TIC est un triangle rectangle en C.

b. Pourquoi le triangle TIC est-il un agrandissement du triangle TOM ? Quel est le coefficient d'agrandissement ?

Données: (OM) et (TM) sont perpendiculaires. (IC) et (TC) sont perpendiculaires.
Propriété: si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.
Conclusion: Les droites (CI) et (OM) sont parallèles.

Données: M ∈ [TC] ; O ∈ [TI] ; (CI) // (OM).
D'après la propriété de proportionnalité des longueurs dans un triangle, on a (Thalès) : $\frac{TI}{OT}=\frac{TC}{TM}=\frac{IC}{OM}$.
Le triangle TIC est donc un agrandissement du triangle TOM.

$\frac{TI}{OT}=\frac{5,6}{3,5}=1,6$.

Le coefficient d'agrandissement est égal à 1,6.

c. Sachant que OM = 2,1 cm, calcule MT. Déduis-en les longueurs IC et TC.

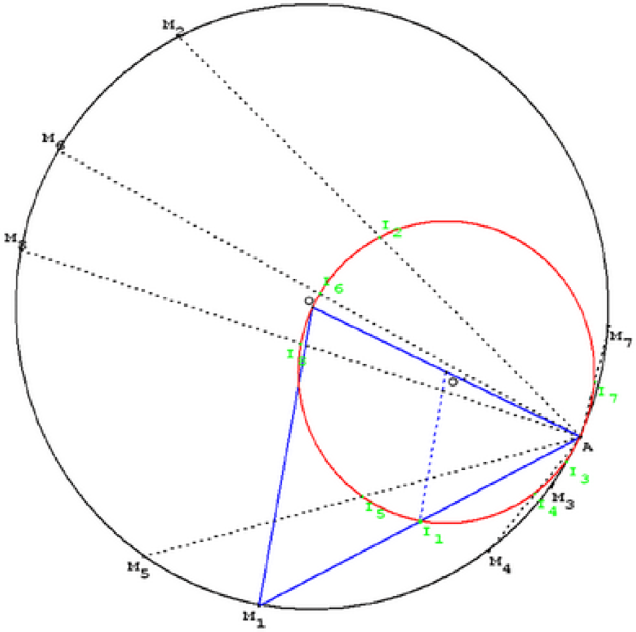
Le triangle TOM est rectangle en M donc, d'après le théorème de Pythagore,
$TO^2 = MT^2 + MO^2$
soit $MT^2 = TO^2 - OM^2$
$MT^2 = 3,5^2 - 2,1^2$
$MT^2 = 7,84$
$MT = \sqrt{7,84}$ donc MT = 2,8 cm
Puisque le triangle TIC est un agrandissement du triangle TOM dans le rapport 1,6, on a :
IC = OM × 1,6 = 2,1 cm × 1,6 = 3,36 cm
TC = TM × 1,6 = 2,8 cm × 1,6 = 4,48 cm

4 Trace un cercle ($\mathscr{C}$) de centre O et diamètre 7,2 cm. Place un point A sur le cercle.

- Place un point M_1 sur le cercle.

Marque en vert le milieu I_1 de [AM_1].

- Recommence avec un point M_2 sur le cercle et le milieu I_2 de [AM_2], puis un point M_3 sur le cercle etc...



b. Où semblent se trouver les points I_1, I_2, I_3,... ?

Ils semblent se trouver sur le cercle de diamètre [OA].

c. Justifie cette conjecture.
Pour cela, appelle O' le milieu du segment [AO].
Trace le triangle AOM_1 et calcule la longueur $O'I_1$.

<u>Données</u> : Dans le triangle AOM_1, on sait que O' est le milieu de [AO] et I_1 est le milieu de [AM_1].

<u>Propriété</u> : Si, dans un triangle, un segment joint les milieux de deux côtés alors sa longueur est égale à la moitié de celle du troisième côté.

<u>Conclusion</u>: $O'I_1 = \dfrac{OM_1}{2}$ donc $O'I_1 = \dfrac{3{,}6}{2}$ =1,8 cm.

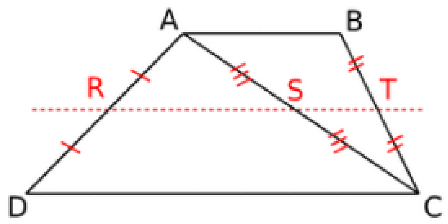
d. Si tu fais le même raisonnement dans le triangle AOM_2, à quelle conclusion aboutis-tu ?

$O'I_2$ = 1,8 cm

e. Démontre que les points I_1, I_2, I_3,... sont sur un cercle dont tu préciseras le centre et le rayon.

Les points I_1, I_2, I_3,... sont tous situés à 1,8 cm de O' Ils sont donc sur le cercle de centre O' et de rayon 1,8 cm.

5 On considère le trapèze ci-dessous dans lequel (AB) est parallèle à (DC).



a. Place les points R, S et T milieux respectifs de [AD], [AC] et [BC].

On veut démontrer que R, S et T sont alignés.

b. Démontre que (RS) est parallèle à (DC).

Données : Dans le triangle ADC, on sait que R est le milieu de [AD] et S est le milieu de [AC].

Propriété : Si, dans un triangle, une droite passe par le milieu de deux côtés alors elle est parallèle au troisième côté.

Conclusion : (RS) est parallèle à (DC).

c. Démontre que (ST) est parallèle à (AB).

Données : Dans le triangle ABC, on sait que S est le milieu de [AC] et T est le milieu de [BC].

Propriété : Si, dans un triangle, une droite passe par le milieu de deux côtés alors elle est parallèle au troisième côté.

Conclusion : (ST) est parallèle à (AB).

d. Démontre que les points R, S et T sont alignés.

Données: (RS) // (DC) et (AB) // (DC)

Propriété: Si deux droites sont parallèles à une même troisième droite alors elles sont parallèles.

Conclusion: (RS) // (AB).

Données: (RS) // (AB) et (ST) // (AB)

Propriété: Si deux droites sont parallèles à une même troisième droite alors elles sont parallèles.

Conclusion: (RS) // (ST)

Données: (RS) // (ST)

Propriété: Si deux droites parallèles ont un point commun, alors elles sont confondues.

Conclusion: Les points R, S et T sont alignés.