

Chapitre 7: Calcul littéral et équations

I Rappels sur la distributivité simple :

1) Développer.

Développer un produit, c'est le transformer en une somme ou une différence

$$k \times (a + b) = k \times a + k \times b$$

$$k \times (a - b) = k \times a - k \times b$$

$$k \times (a + b - c + d) = k \times a + k \times b - k \times c + k \times d$$

Méthode : dans la parenthèse, on a

dans la parenthèse, on a 2 termes

dans la parenthèse, on a 4 termes avec

2 termes séparés par un +,

séparés par un "-", quand on

une certaine alternance de signes + et - :

quand, on développe, on retrouve

développe, on retrouve 2 termes

quand on développe, on retrouve 4 termes

2 termes séparés par un +.

séparés par un "-"

avec la même alternance de signes + et -.

Exemple avec application au calcul réfléchi : Calculons $A = 12,4 \times 11$

$$A = 12,4 \times (10 + 1)$$

on distribue 12,4 à chaque terme de la somme entre parenthèses

$$\begin{aligned}
 A &= 12,4 \times 10 + 12,4 \times 1 \\
 &= 124 + 12,4 \\
 &= 136,4
 \end{aligned}$$

il était plus simple de calculer cette expression sous forme développée !

Application : calculer

$$\begin{aligned}
 B &= 12 \times 7,9 \\
 &= (10+2) \times 7,9 \\
 &= 10 \times 7,9 + 2 \times 7,9 \\
 &= 79 + 15,8 \\
 &= 94,8
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C &= 9,9 \times 10,1 \\
 &= 9,9 \times (10+0,1) \\
 &= 9,9 \times 10 + 9,9 \times 0,1 \\
 &= 99 + 0,99 \\
 &= 99,99
 \end{aligned}$$

autre méthode :

$$\begin{aligned}
 C &= (10-0,1) \times 10,1 \\
 &= 10 \times 10,1 - 0,1 \times 10,1 \\
 &= 101 - 1,01 \\
 &= 99,99
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D &= 7 \times 8,9 \\
 &= 7 \times (9-0,1) \\
 &= 7 \times 9 - 7 \times 0,1 \\
 &= 63 - 0,7 \\
 &= 62,3
 \end{aligned}$$

2) Factoriser

Factoriser une somme ou une différence, c'est la transformer en un produit

$$k \times a + k \times b = k(a+b)$$

$$k \times a - k \times b = k(a-b)$$

$$k \times a - k \times b - k \times c + k \times d = k(a-b-c+d)$$

k est le facteur commun à chaque terme de la somme (ou différence).

Exemple avec application au calcul réfléchi :

$$\text{Calculons } E = \underline{19} \times 12,7 - \underline{19} \times 2,7$$

E est la différence de 2 termes, et chaque terme est un produit de facteurs.

19 est un facteur commun aux 2 termes.

$$E = \underline{19} \times 12,7 - \underline{19} \times 2,7 = \underline{19} \times (12,7 - 2,7) \quad : \text{ on a factorisé cette expression numérique.}$$

$$E = 19 \times 10 = 190 \quad : \text{ il était plus simple de calculer cette expression sans forme factorisée.}$$

Application : entoure le facteur commun, puis calcule.

$$F = \textcircled{83} \times 72 + \textcircled{83} \times 13 + \textcircled{83} \times 15$$

$$= 83 \times (72 + 13 + 15)$$

$$= 83 \times 100$$

$$= 8300$$

$$G = 18 \times \textcircled{44} - 6 \times \textcircled{44} - 2 \times \textcircled{44}$$

$$= 44 \times (18 - 6 - 2)$$

$$= 44 \times 10$$

$$= 440$$

$$H = \textcircled{98} \times 26 + \textcircled{98} \times 9 - 5 \times \textcircled{98}$$

$$= 98 \times (26 + 9 - 5)$$

$$= 98 \times 30$$

$$= (100 - 2) \times 30$$

$$= 100 \times 30 - 2 \times 30$$

$$= 3000 - 60$$

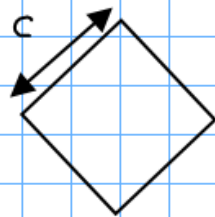
$$= 2940$$

II Expressions littérales

1) Définition

Une expression littérale est une expression dans laquelle un ou plusieurs nombres sont représentés par des lettres.

Exemples: a) Voici un losange de côté c



Le périmètre P du losange est donné par l'expression littérale $P = c + c + c + c$

$$= c \times 4$$

$$= 4 \times c$$

$$= 4c$$

Par exemple, pour un losange de côté $c = 6 \text{ cm}$,

$$\begin{aligned} \text{le périmètre est } P &= 4 \times 6 \text{ cm} \\ &= 24 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Pour un losange de côté } c = 8 \text{ cm, le périmètre est } P &= 4 \times 8 \text{ cm} \\ &= 32 \text{ cm} \end{aligned}$$

Remarque: lorsque on remplace la lettre par une valeur numérique, on doit rétablir le symbole \times de la multiplication

b) Voici un rectangle dont les dimensions sont largeur = l et longueur = L

Le périmètre P du rectangle est donné par l'expression littérale :

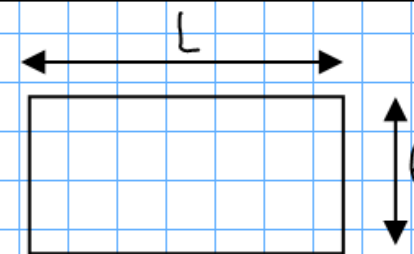
$$P = L + l + L + l$$

$$= L + L + l + l$$

$$= 2 \times L + 2 \times l \quad (\text{avec le symbole } \times)$$

$$= \underbrace{2L} + \underbrace{2l} = 2(L + l) \quad : \text{forme factorisée.}$$

(sans le symbole \times)



2) Réduction d'expressions littérales :

- Pour simplifier l'écriture d'une expression littérale, on peut supprimer le symbole \times :
 - devant une lettre
 - devant une parenthèse
- On regroupe les lettres identiques.

Exemples: $2 \times y$ peut s'écrire $2y$ $a \times 3$ peut s'écrire $3a$ mais pas a^3 $2 \times (x+1)$ peut s'écrire $2(x+1)$

$$3 \times a + 2 \times b - 5 \times a + 6 \times b = \underline{3a} + \underline{2b} - \underline{5a} + \underline{6b}$$

$$= -2a + 8b$$

Attention! 2×5 ne peut pas s'écrire 25 .On ne peut pas enlever le symbole \times entre 2 valeurs numériques.

3) Puissances: carré et cube

- Le produit $a \times a$ s'écrit aussi a^2 et se prononce "a au carré" ou encore "a puissance 2" ou "a exposant 2"
- Le produit $a \times a \times a$ s'écrit aussi a^3 et se prononce "a au cube" ou encore "a puissance 3" ou "a exposant 3"

Attention!Ne pas confondre $a \times a = a^2$ et $a + a = 2a$

$$a \times a \times a = a^3 \text{ et } a + a + a = 3a$$

Exemples: 3×3 peut s'écrire 3^2 (3 au carré ou 3 puissance 2 ou 3 exposant 2) $5 \times 5 \times 5$ peut s'écrire 5^3 (5 au cube ou 5 puissance 3 ou 5 exposant 3)

$$x \times x = x^2$$

$$8 \times 8 \times c \times c \times c = 8^2 \times c^3 = 64c^3$$

$$2 \times y \times 2 \times y \times y = 2^2 \times y^3 = 4y^3$$