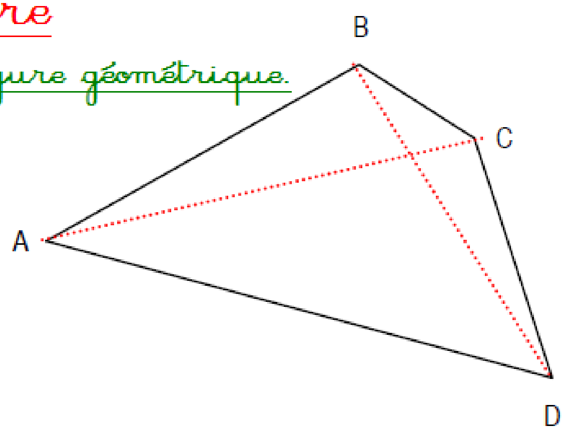
Chapitre 6 : parallélogrammes

I. Vocabulaire

1) Éléments d'une figure géométrique



<u>Observe la figure ci-dessus, puis complète les phrases suivantes :</u>

Cette figure est ..un quadrilatère...

Les points A, B, C et D sont ..les sommets.. du quadrilatère ABCD.

Le segment [AB] est ...un côté.. du quadrilatère ABCD.

Les segments [AB] et [BC] sont ..deux côtés consécutifs.. du quadrilatère ABCD.

Les segments [AB] et [DC] sont ..deux côtés opposés.. du quadrilatère ABCD.

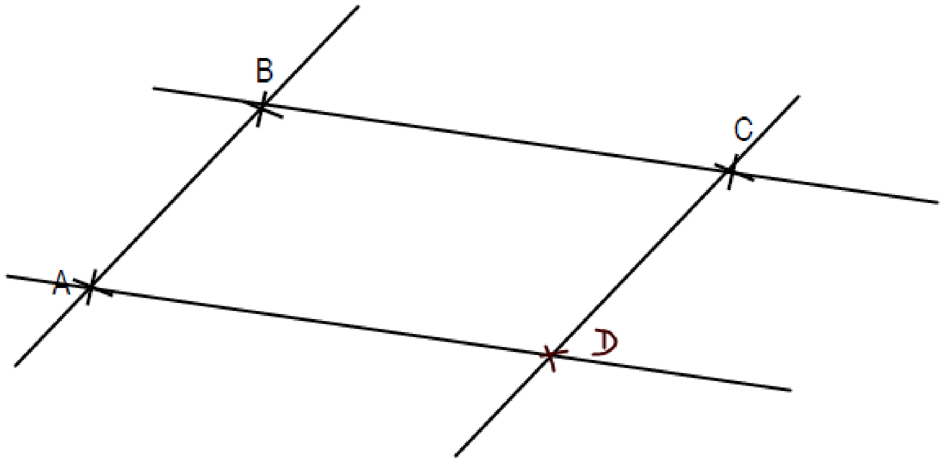
Les angles $\widehat{BAD}$ et $\widehat{BCD}$ sont ...deux angles opposés... du quadrilatère ABCD.

Propose d'autres notations du quadrilatère ABCD ..: ADCB ; BCDA ; BADC ; CDAB ; CBAD ; DCBA ; DABC

Trace les segments [AC] et [BD].

Les segments [AC] et [BD] sont ....les diagonales.. du quadrilatère ABCD.

2) Une nouvelle figure



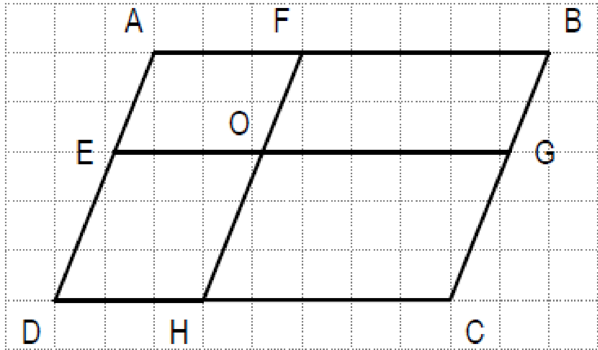
1. A, B et C sont trois points non alignés. Trace les droites (AB) et (BC).
2. Avec la règle et l'équerre,
   a. construis la droite (d) qui passe par A et qui est parallèle à la droite (BC).
   b. construis la droite (d') qui passe par C et qui est parallèle à la droite (AB).

Les droites (d) et (d') se coupent en D. Place le point D.

3. Repasse en rouge les côtés du quadrilatère ABCD. Puis complète la phrase suivante:

Le quadrilatère ABCD qui a ses côtés opposés deux à deux parallèles s'appelle un parallélogramme.

3) Nommer correctement une figure



Parmi les notations suivantes du parallélogramme ABCD barre celles qui sont incorrectes :

~~DCBA~~ ~~ACBD~~ ~~BACD~~ ~~DACB~~ CDBA CBAD

Donne toutes les notations possibles du parallélogramme ABCD.

ABCD ; ADCB ; BCDA ; BADC ; CDAB ; CBAD ; DABC ; DCBA

Cite tous les parallélogrammes que tu peux voir sur ce dessin.

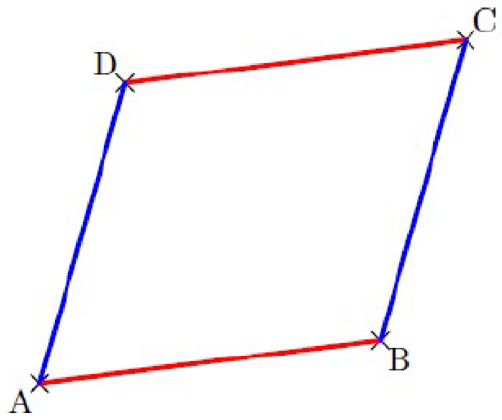
AFOE ; ABGE ; ABCD ; FBGO ; FBCH ; EOHD ; EGCD ; OGCH

I. Parallélogrammes

1) Définition

Définition : parallélogramme

Un **parallélogramme** est un quadrilatère qui a ses côtés opposés ..parallèles deux à deux...................



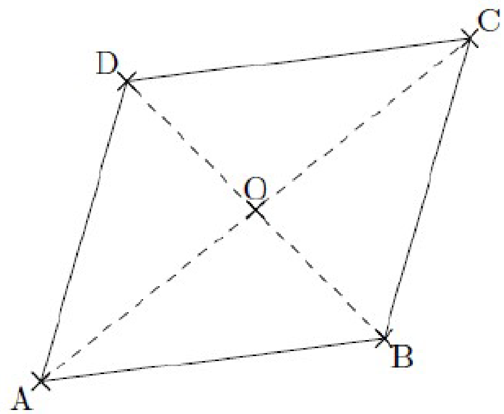
Ci-contre, le quadrilatère ABCD est un parallélogramme ; les côtés (AB) et (CD) sont parallèles, tout comme les côtés (AD) et (BC).

Propriété

Un **parallélogramme** a un centre de symétrie : .le point d'intersection de ses diagonales.........

On dit que ABCD est un parallélogramme **de centre O**.
Par la symétrie de centre O :

- C est le symétrique de A.
- D est le symétrique de B
- [CD] est le symétrique de [AB]
- [AD] est le symétrique de [BC]

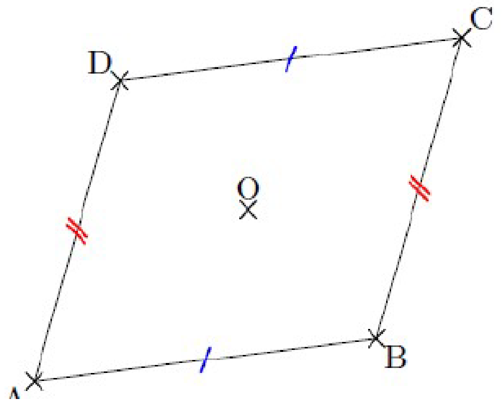


2) Propriétés

a) propriété relative à la longueur de ses côtés

Propriété 1

Si un quadrilatère est un parallélogramme,
alors ...ses côtés opposés sont de même longueur............

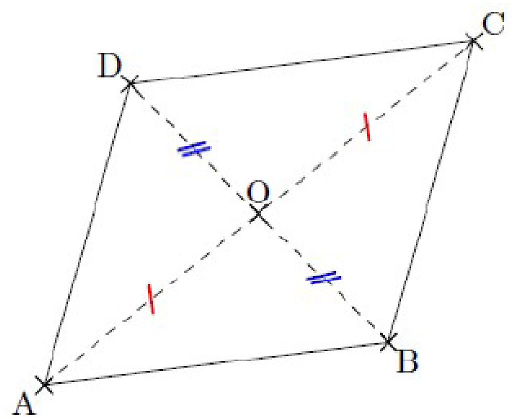


Les segments [CD] et [AB] sont symétriques par rapport au point O ; or le symétrique d'un segment est un segment de même longueur. Donc [CD] et [AB] ont même longueur, tout comme [AD] et [BC].

b) propriété relative aux diagonales

Propriété 2

Si un quadrilatère est un parallélogramme,
alors ..ses diagonales se coupent en leur milieu............



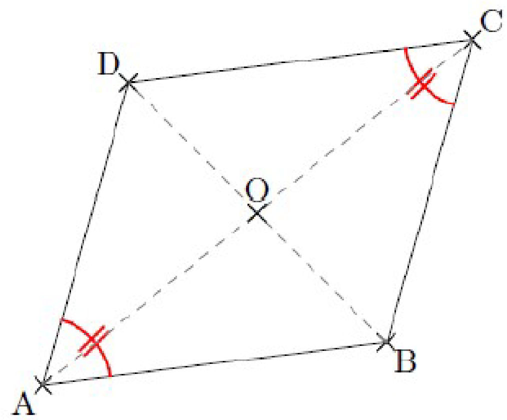
Les points A et B sont les symétriques respectifs de C et D par rapport au point O ; or dire que deux points sont symétriques par rapport au point O revient à dire que O est le milieu du segment formé par ces deux points. Donc O est le milieu de [AC], et aussi celui de [BD].

c) propriétés relative aux angles

Propriété 3

Si un quadrilatère est un parallélogramme,
alors ses angles opposés sont de même mesure

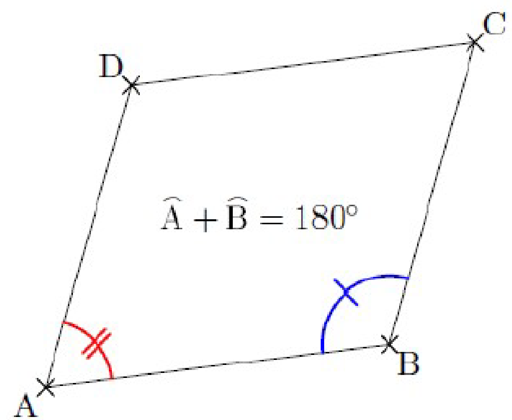
Le symétrique de l'angle $\widehat{BAD}$ par rapport au point O est l'angle $\widehat{DCB}$;
ils sont donc de même mesure



Propriété 4

Si un quadrilatère est un parallélogramme,
alors ses angles consécutifs sont supplémentaires
(leur somme est égale à 180°)

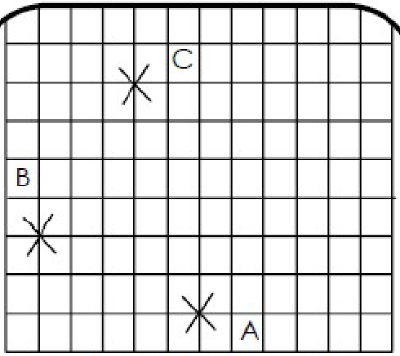
Preuve : voir par ailleurs (*chapitre "angle et parallélisme"*)



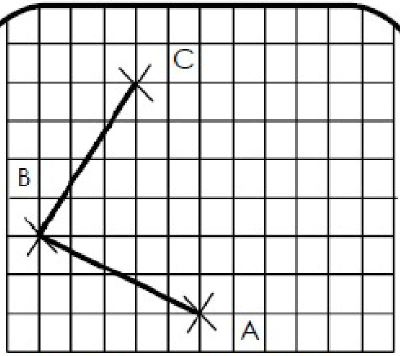
III Construction de parallélogrammes

a. à l'aide du quadrillage

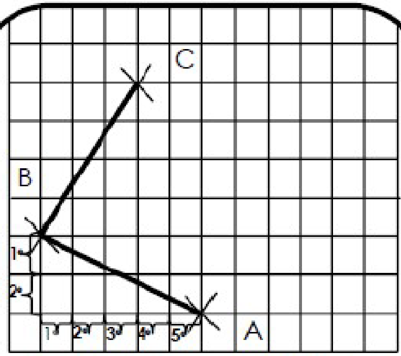
Méthode :



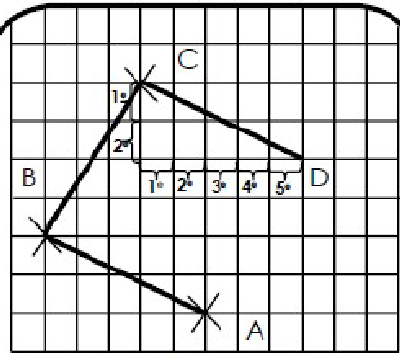
On a trois points A, B et C et on veut tracer le parallélogramme ABCD.



On trace les deux côtés du parallélogramme ABCD.

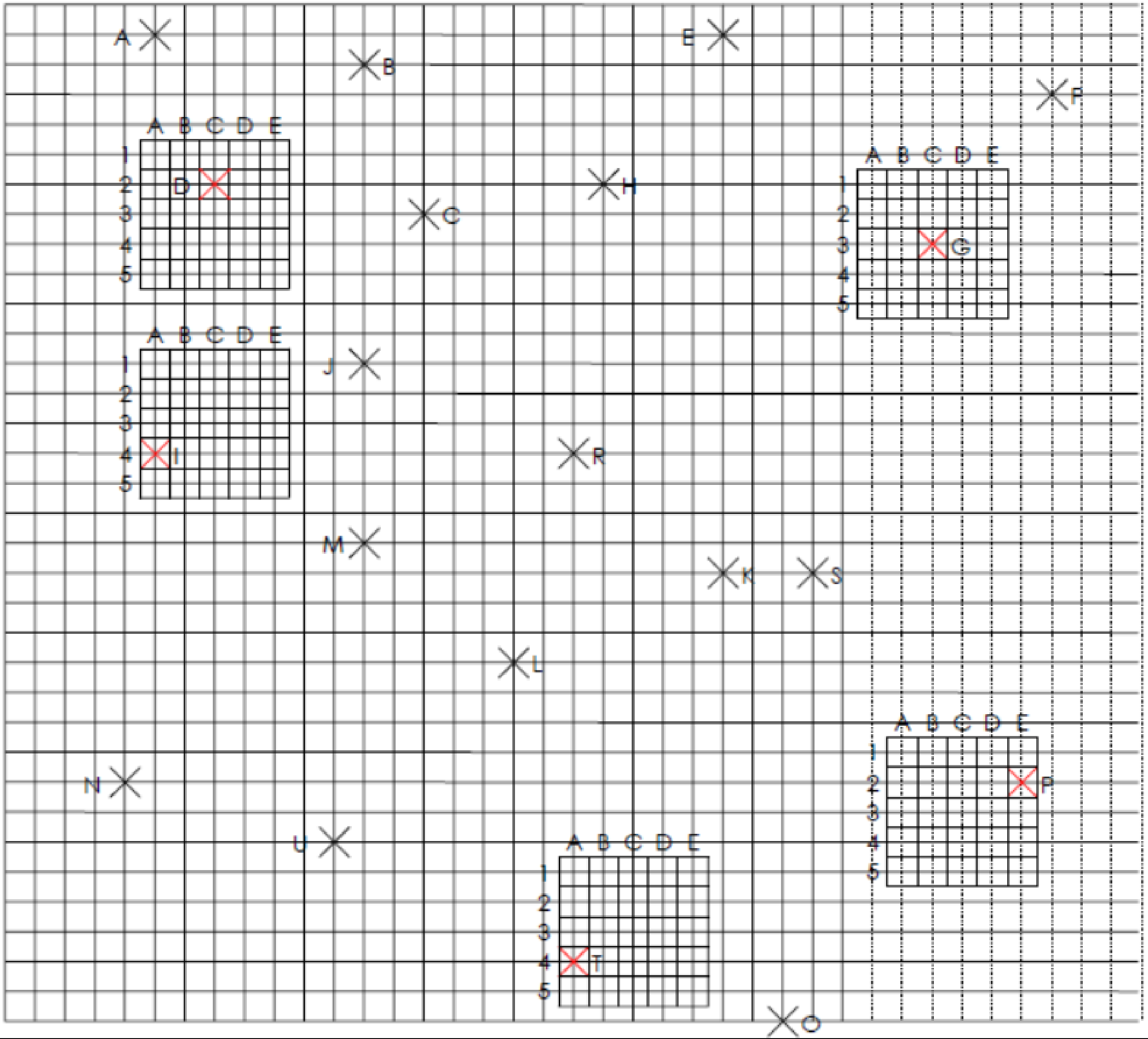


On décompose le trajet de B vers A en utilisant les quadrillages. Sur notre exemple, c'est **« 2 carreaux vers le bas, 5 carreaux vers la droite ».**

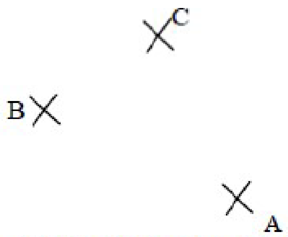
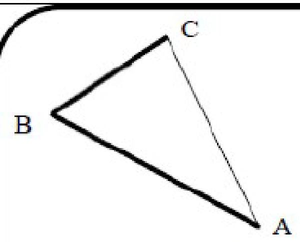
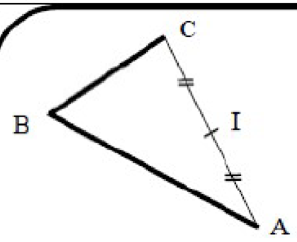
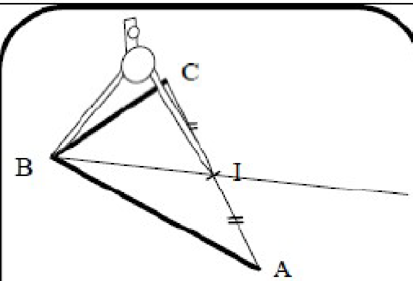
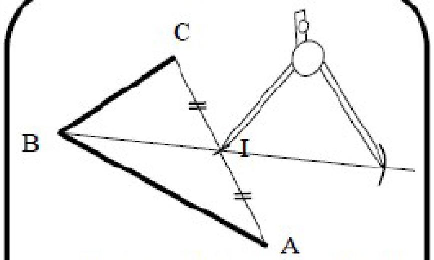
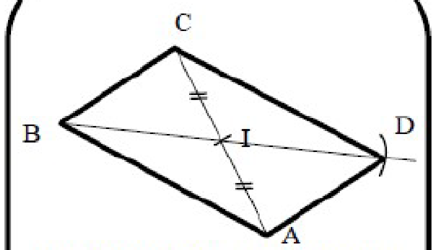


On reproduit **exactement le même trajet à partir du point C** et on termine le parallélogramme.

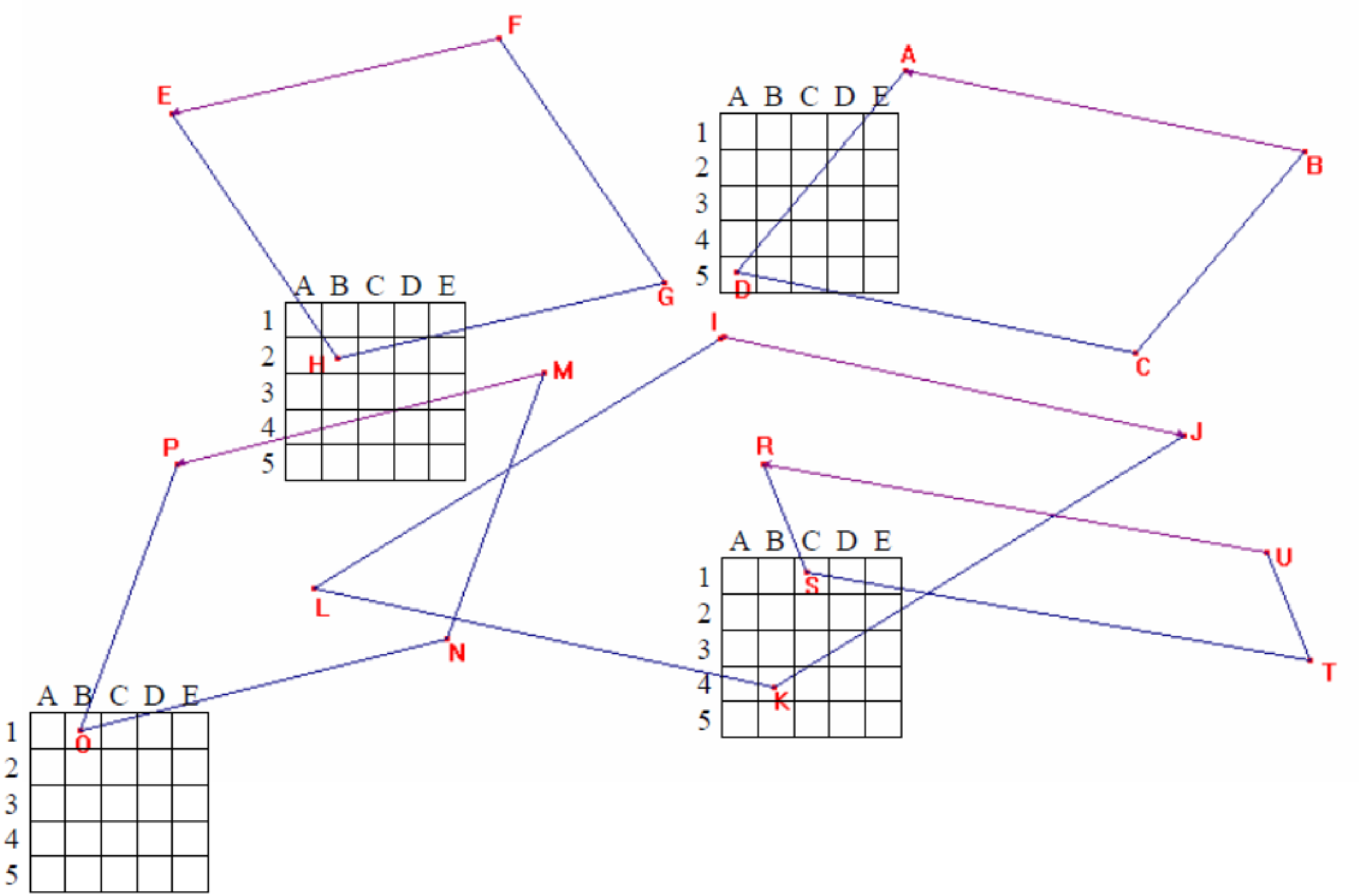
Activité : tracer à l'aide du quadrillage les parallélogrammes ABCD, EFGH, IJKL, MNOP et RSTU.



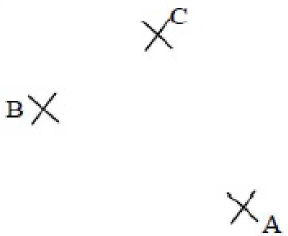
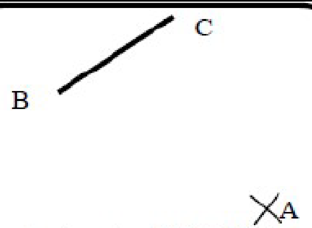
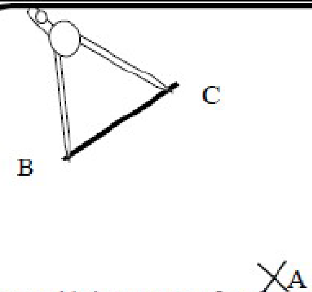
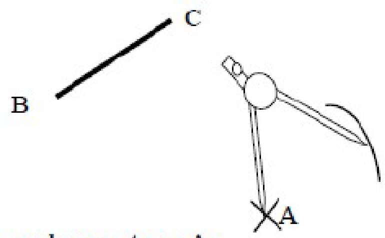
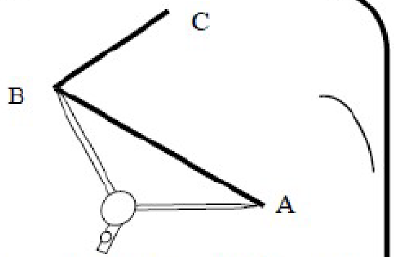
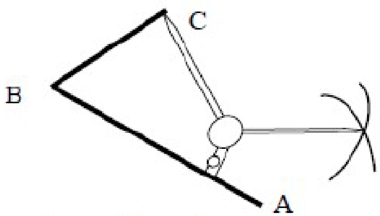
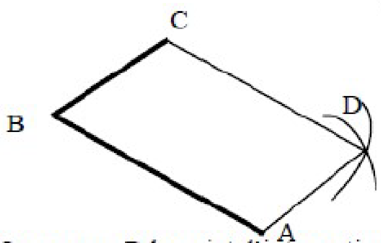
b. à l'aide des diagonales

 On a trois points A, B et C et on veut tracer le parallélogramme ABCD.	 On trace les deux côtés du parallélogramme ABCD. **Attention : il faut bien repérer la diagonale [AC].**	 On mesure la diagonale [AC] et on place son milieu I.	 On trace la demi-droite [BI) et on prend l'écartement de [BI] …
 …qu'on reporte de l'autre côté de I	 On place le point D et on termine le tracé		

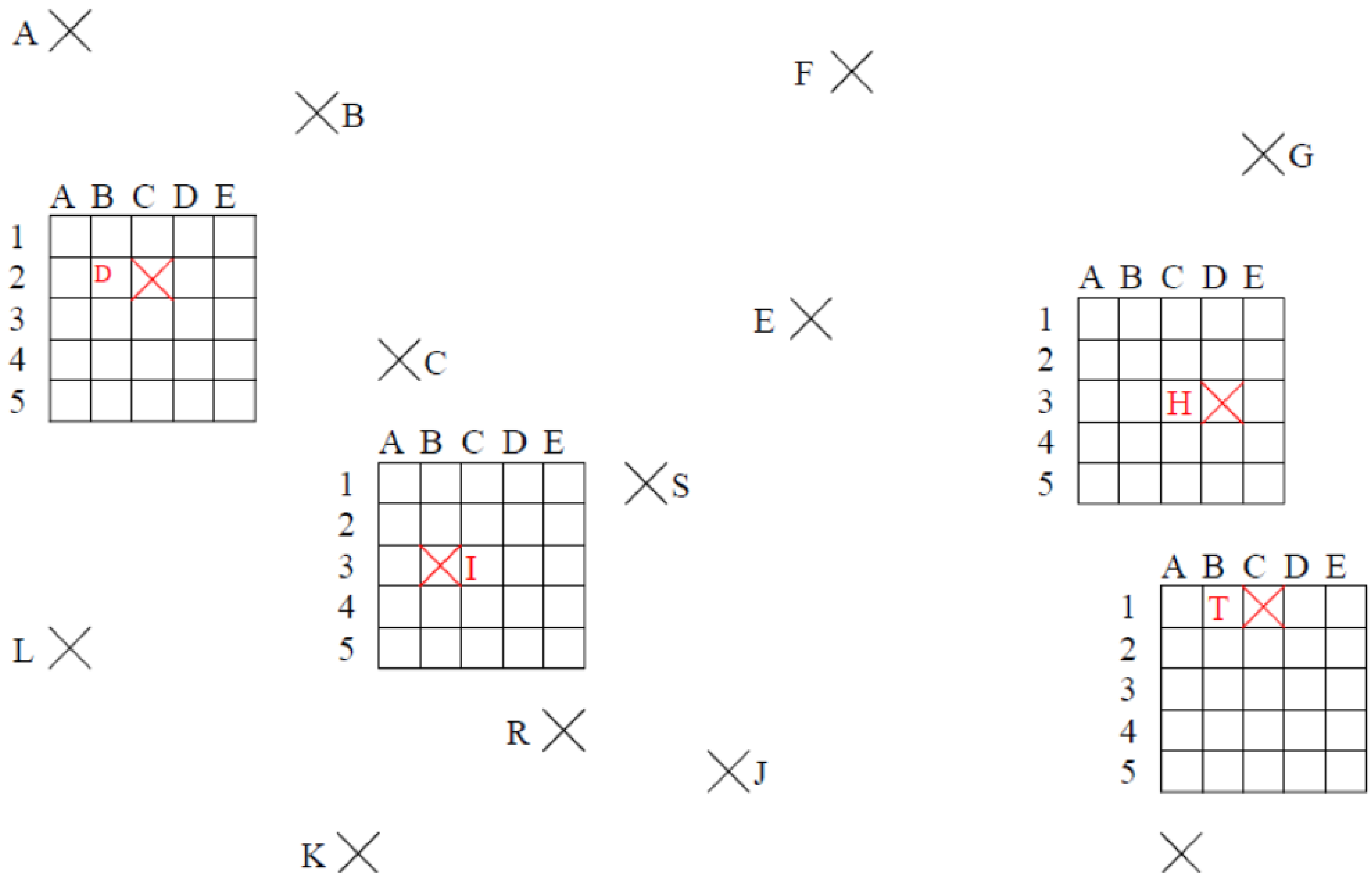
Activité : tracer à l'aide des diagonales les parallélogrammes ABCD, EFGH, IJKL, MNOP et RSTU.



c. avec le compas

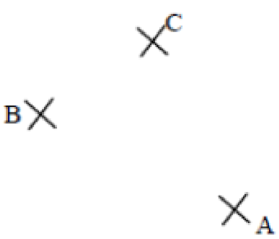
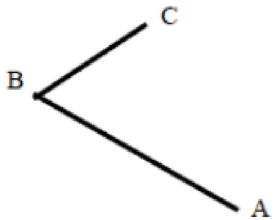
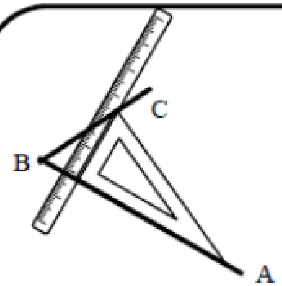
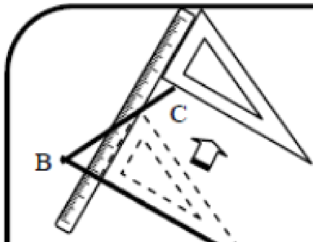
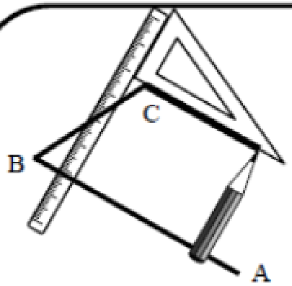
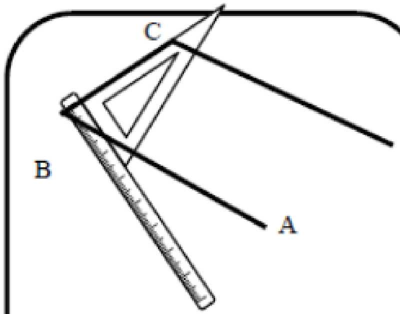
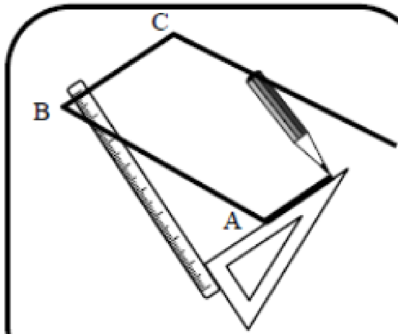
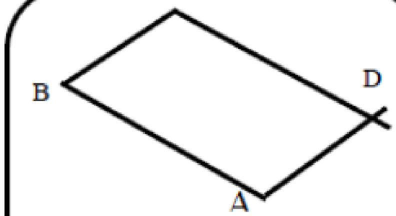
 On a trois points A, B et C et on veut tracer le parallélogramme ABCD.	 On trace le côté [BC] du parallélogramme ABCD. Attention : **il faut imaginer dans sa tête à quel endroit le point D se placera.**	 On prend l'écartement [BC] avec le compas et …	 …on le reporte en A.
 On prend l'écartement [AB] avec le compas et …	 …on le reporte en C.	 On nomme D le point d'intersection des deux arcs qu'on vient de tracer	

Activité : tracer à l'aide du compas les parallélogrammes ABCD, EFGH, IJKL et RSTU.

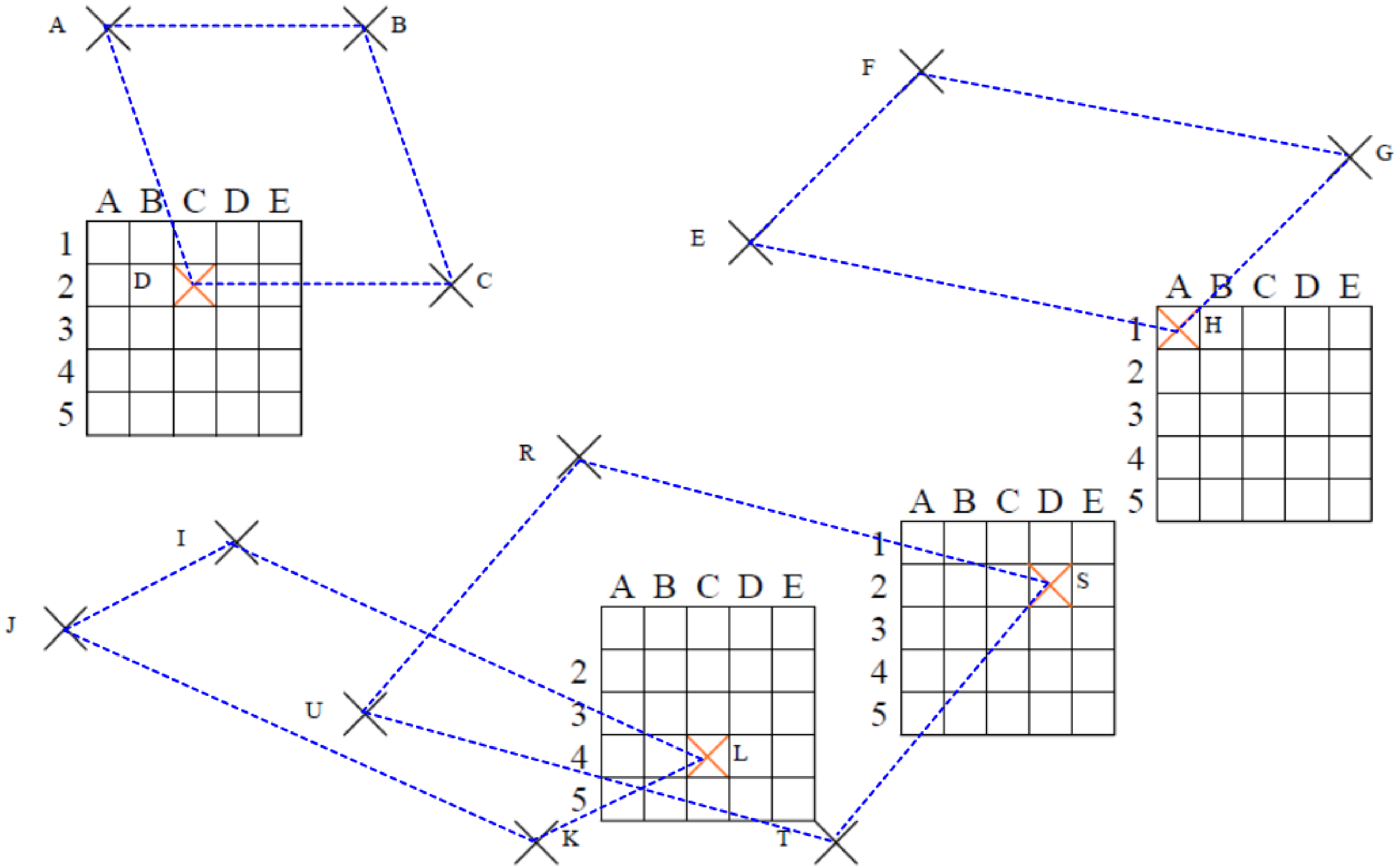


d. à l'aide de l'équerre

Méthode :

 On a trois points A, B et C et on veut tracer le parallélogramme ABCD.	 On trace les deux côtés du parallélogramme ABCD.	 On place l'équerre comme si on voulait tracer la perpendiculaire à (AB) puis on place la règle	 La règle reste parfaitement immobile. On fait glisser l'équerre le long de celle-ci jusqu'à ce qu'on atteigne le point C.
 On trace le côté parallèle à (AB), que l'on on peut prolonger à l'aide de la règle.	 On place la règle et l'équerre pour tracer le côté parallèle à (BC) et…	 …on trace ce côté.	 On nomme D le point d'intersection des deux parallèles qu'on vient de tracer

Activité : tracer à la règle et à l'équerre les parallélogrammes : ABCD, EFGH, IJKL et RSTU.



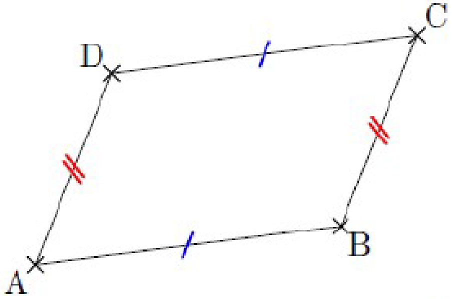
IV. Démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme

Pour cela, on utilise les **réciproques** des propriétés énoncées ci-dessus :

a) en utilisant les côtés

Propriété 5

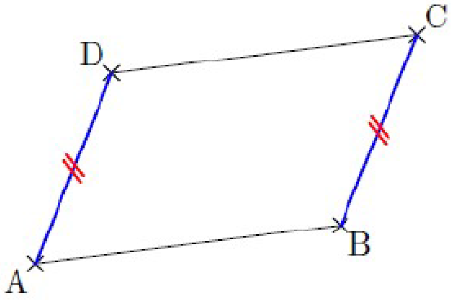
Si un quadrilatère (non croisé) a ses côtés opposés de même longueur **alors** ce quadrilatère est un parallélogramme



ou

Propriété 6

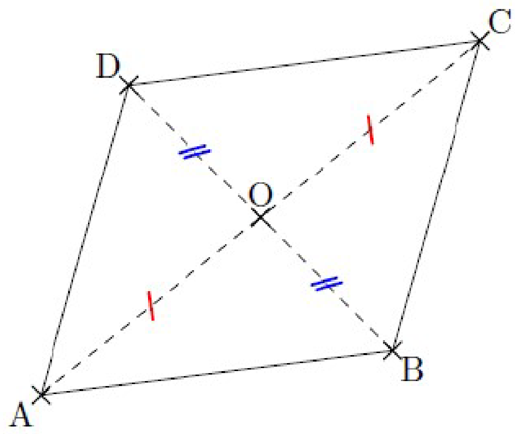
Si un quadrilatère (non croisé) a ses côtés opposés parallèles deux à deux **alors** ce quadrilatère est un parallélogramme



b) en utilisant les diagonales

Propriété 7

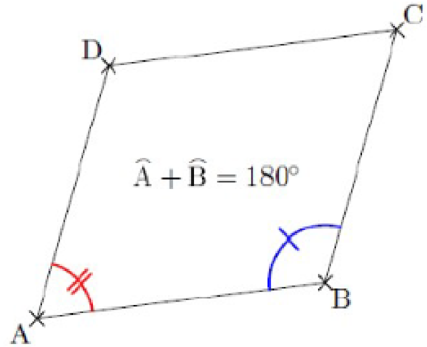
Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu
alors ce quadrilatère est un parallélogramme



c) en utilisant les angles

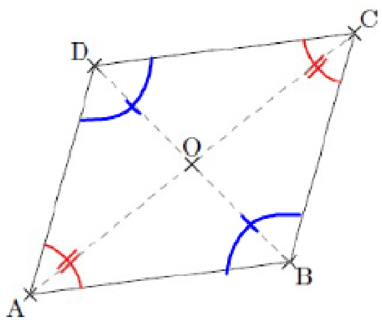
Propriété 8

Si un quadrilatère a deux angles consécutifs supplémentaires
alors ce quadrilatère est un parallélogramme



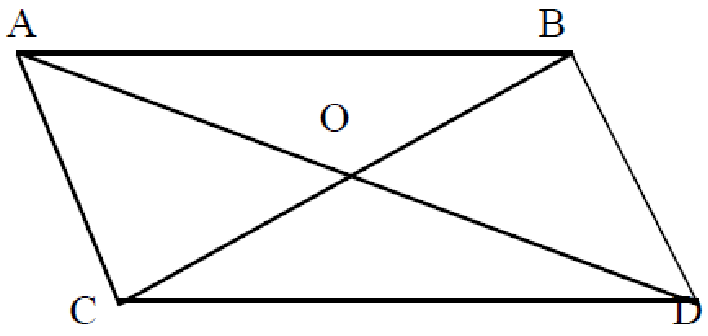
Propriété 9

Si un quadrilatère a ses angles opposés de même mesure
alors ce quadrilatère est un parallélogramme



V. Parallélogrammes particuliers

1. Synthèse sur le parallélogramme



Propriétés : Le parallélogramme a :
- ses côtés opposés parallèles et égaux.
- ses diagonales qui se coupent en leur milieu.
- ses angles opposés égaux.

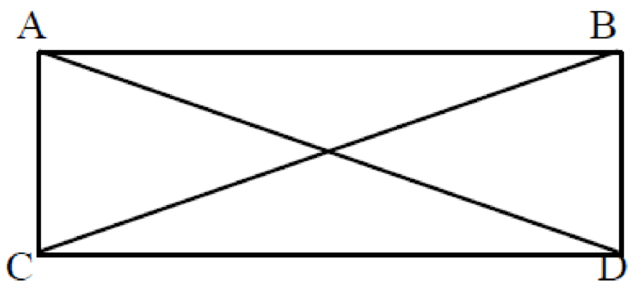
Comment démontrer qu'un quadrilatère est un parallélogramme ?

■ **Si** ses diagonales se coupent en leur milieu **alors** c'est un parallélogramme.

■ **Si** les côtés opposés sont parallèles **alors** c'est un parallélogramme.

2. Parallélogrammes particuliers

A) Le rectangle :



Propriétés :

- Le rectangle est un parallélogramme particulier donc il en a toutes les propriétés.
- Le rectangle a 4 angles droits.
- Les diagonales du rectangle ont même longueur.

Comment démontrer qu'un quadrilatère est un rectangle ?

■ **Si** un quadrilatère a 3 angles droits
alors c'est un rectangle.

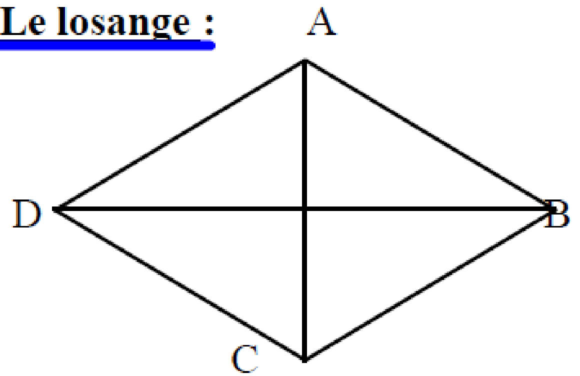
■ **Si** un quadrilatère a ses diagonales de même longueur et qui se coupent en leur milieu
alors c'est un rectangle.

Comment démontrer qu'un parallélogramme est un rectangle ?

■ **Si** un parallélogramme a un angle droit
alors c'est un rectangle.

■ **Si** un parallélogramme a ses diagonales de même longueur
alors c'est un rectangle.

B) **Le losange :**



Propriétés :

- Le losange est un parallélogramme particulier donc il en a toutes les propriétés.
- Le losange a 4 côtés de même longueur.
- Le losange a ses diagonales perpendiculaires.

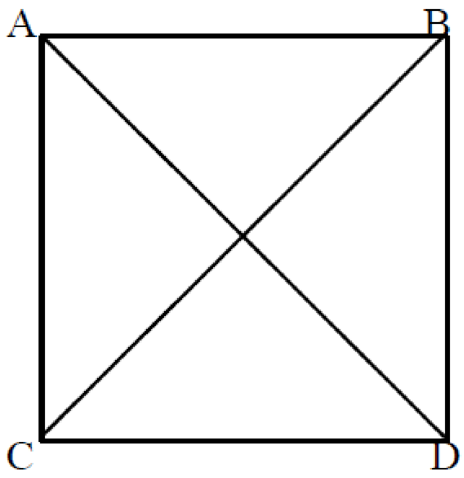
Comment démontrer qu'un quadrilatère est un losange ?

- **Si** un quadrilatère a ses 4 côtés de même longueur
  alors c'est un losange.
- **Si** un quadrilatère a ses diagonales perpendiculaires et qui se coupent en leur milieu
  alors c'est un losange

Comment démontrer qu'un parallélogramme est un losange ?

- **Si** un parallélogramme a 2 côtés consécutifs de même longueur
  alors c'est un losange.
- **Si** un parallélogramme a ses diagonales perpendiculaires
  alors c'est un losange.

C) Le carré :



Propriétés :

- Le carré est un parallélogramme particulier donc il en a toutes les propriétés.
- Le carré est un losange particulier donc il en a toutes les propriétés.
- Le carré est un rectangle particulier donc il en a toutes les propriétés.

Comment démontrer qu'un quadrilatère est un carré ?

■ **Si** un quadrilatère est à la fois un losange et un rectangle
alors c'est un carré.

■ **Si** un quadrilatère a ses diagonales perpendiculaires, de même longueur et qui se coupent en leur milieu
alors c'est un carré.

Pour résumer…