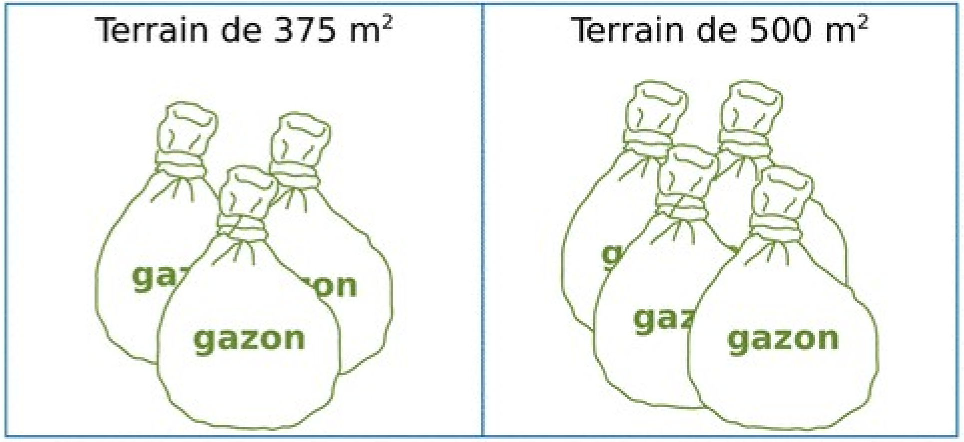
Proportionnalité

Chapitre 8

Classe de 5ème

Activité : L'affaire est dans le sac !

Dans une jardinerie, les pancartes ci-dessous indiquent le nombre de sacs de graines à utiliser en fonction de la surface du terrain à ensemencer.



1. À l'aide de cette illustration, réponds aux questions suivantes.

- Quelle surface pourra ensemencer Jean-Paul avec 7 sacs ?
- Quelle surface pourra ensemencer Emmanuel avec 6 sacs ?
- De combien de sacs aura besoin Rachid pour réaliser une pelouse de 1 500 m² ?
- Quelle surface pourra ensemencer Léonard avec 19 sacs ?
- Quelle surface pourra ensemencer Fatima avec 28 sacs ?
- De combien de sacs aura besoin Steeve pour réaliser une pelouse de 3 875 m² ?
- Quelle surface pourra ensemencer Sonda avec 21 sacs ?

2. Trouve un moyen simple de présentation pour synthétiser ces questions et ces réponses.

3. Propose plusieurs méthodes pour déterminer quelle surface de gazon on peut ensemencer avec un seul sac.

I- Grandeurs proportionnelles

1- Définition

Deux grandeurs sont dites **proportionnelles** si on passe des valeurs de l'une aux valeurs de l'autre **en multipliant toujours par le même nombre**, appelé **coefficient de proportionnalité**.

Exemple : On présente les 2 grandeurs étudiées dans un tableau

poids	Grandeur n°1	5	11	1
prix	Grandeur n°2	11	24,2	2,2

$\times 2,2$

Ce tableau est un tableau de proportionnalité et le coefficient de proportionnalité est k=2,2 : il correspond à la quantité de la grandeur 2 associée à une quantité de une unité de la grandeur 1.

2- Opérations dans un tableau de proportionnalité

❖On peut ajouter une nouvelle colonne à un tableau de proportionnalité en multipliant l'une des colonnes par un nombre non nul

poids	Grandeur n°1	5	11	15	1
prix	Grandeur n°2	11	24,2	33	2,2

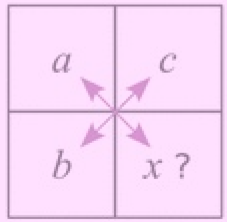
❖On peut ajouter une nouvelle colonne à un tableau de proportionnalité en ajoutant 2 colonnes

poids	Grandeur n°1	5	11	16	1
prix	Grandeur n°2	11	24,2	35,2	2,2

3- Quatrième proportionnelle

Dans une situation de proportionnalité, la **quatrième proportionnelle** est le quatrième nombre x calculé à partir des 3 autres nombres *a*, *b* et *c* déjà connus.

Le tableau ci-contre est un tableau de proportionnalité :



a, b et c sont différents de zéro.

On a donc $\frac{b}{a} = \frac{x}{c}$ (c'est le coefficient de proportionnalité.)

Les quotient sont égaux donc on a l'égalité des produits en croix

$a \times x = b \times c$

On obtient donc $x = \frac{b \times c}{a}$

<u>Exemple :</u> compléter le tableau de proportionnalité suivant

poids	Grandeur n°1	5	21
prix	Grandeur n°2	11	x

$$x = \frac{21 \times 11}{5}$$

$$x = 46,2$$

II- Pourcentages

1) appliquer un pourcentage

Appliquer un pourcentage à une quantité revient à la multiplier par une fraction dont le dénominateur est 100.

Exemples :

1) Un vendeur effectue une remise de 35% sur un article affiché à 600 €. Quel sera le prix payé par le client ?

35% de 600 € s'écrit mathématiquement

$$\frac{35}{100} \times 600€$$

$= 0,35 \times 600$ € $= 210$ € Le prix payé sera donc 600€ – 210€ = 390€

Remarque *: si on bénéficie d'une remise de 35% alors on ne paye plus que 65% du prix initial. 65% x 600€ = 0,65 x 600€ = 390€.*

2) Dans un bureau de vote, un candidat A a remporté 40% des suffrages exprimés, soit 180 voix. Combien de votants se sont exprimés dans ce bureau de vote?

soit x le nombre de votants, on a alors 40% de $x = 180$

On peut donc écrire : $0,4 \times x = 180$

On en déduit que $x = 180 \div 0,4$ donc le nombre de votants est $x = 450$

2) calculer un pourcentage

Dans une classe de 24 élèves, on trouve 15 garçons. Déterminons le pourcentage de garçons dans cette classe.

a) La proportion de garçons dans la classe est de 15 sur 24 soit une fraction de $\frac{15}{24}$

en écriture décimale $\frac{15}{24}$ = 0,625 ce qui correspond aussi à une fraction de $\frac{62,5}{100}$ soit $62,5\%$

b) On peut aussi compléter le tableau de proportionnalité suivant :

Effectif garçons	15	x
Effectif total	24	100

$$x = \frac{15\text{x}100}{24} = 62,5$$

La proportion de garçons dans la classe est de 62,5 pour 100 soit 62,5%