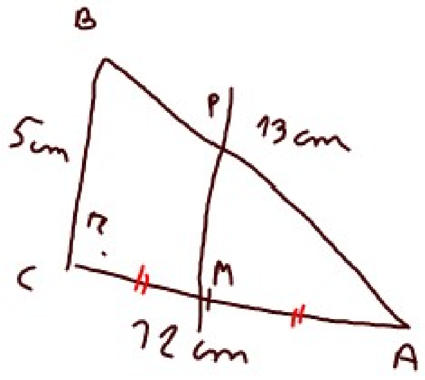
CORRECTION DU DEVOIR MAISON N°8

Exercice 1

1. On commence toujours par effectuer une construction à main levée, cela permet de vérifier la cohérence de la construction en vraie grandeur, sans oublier de reporter les données de l'énoncé.



2. Démontrons que le triangle ABC est rectangle en C.

Dans le triangle ABC, on sait que le plus grand côté est AB = 13 cm,

Or, d'une part : d'autre part :

$AB^2 = 13^2 = 169$

$AC^2 + BC^2 = 12^2 + 5^2$
$= 144 + 25$
$= 169$

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est rectangle en C.

3. On complète la figure en construisant le point M ; puis le point P.
4. Démontrons que AP = 6,5 cm

Dans le triangle ABC, on sait que : - les points A,P,B et A,P,C sont alignés dans cet ordre ;
- M = m[AC]
- (MP)//(BC)

Or, d'après le théorème de la droite des milieux, dans un triangle, la droite joignant le milieu d'un côté parallèlement à un deuxième côté coupe le troisième côté en son milieu.

Donc P=m[AB] et on en déduit que AP = $\dfrac{AB}{2}$ = 6,5 cm

5. Démontrons que PM = 2,5 cm

Dans le triangle ABC, on sait que : - les points A,P,B et A,P,C sont alignés dans cet ordre ;
- M = m[AC]
- P = m[AB]

Or, d'après le théorème de la droite des milieux, dans un triangle, le segment joignant le milieu de deux côtés a pour longueur la moitié de celle du troisième côté.

Donc $\boxed{PM = \dfrac{BC}{2} = 5 \text{ cm}}$

- On sait que : - (BC)⊥(AC)
  - (BC)//(PM)

  Or, si deux droites sont perpendiculaires, toute parallèle à l'une est perpendiculaire à l'autre.
  Donc (PM)⊥(AC)

Exercice 2

1. Dans le triangle ABC, on sait que : - les points C,E,A et C,D,B sont alignés dans cet ordre ;
- (ED)//(AB)

Or, d'après le théorème de Thalès on a :

$$\frac{CE}{CA} = \frac{CD}{CB} = \frac{ED}{AB} \; ; \; \underline{\underline{AN}} : \frac{CE}{CA} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{7}{3}} = \frac{4}{3} \times \frac{3}{7} = \frac{4}{7} \; ; \; \frac{ED}{AB} = \frac{\frac{11}{7}}{AB} \; ;$$

Ainsi, l'égalité des premier et troisième quotients donne : $\frac{4}{7}=\frac{\frac{11}{7}}{AB}$

Donc, par produit en croix : AB = $\frac{\frac{11}{7}\times 7}{4}=\frac{11}{4}$: $\boxed{AB=\frac{11}{4}\text{ cm}}$

2. On sait que les points C,D,B sont alignés dans cet ordre. On en déduit donc que CB = CD + DB

Or, d'après la question 1 ; on a $\frac{CE}{CA}=\frac{CD}{CB}$

Donc, par produit en croix : CD = $\frac{CE\times CB}{CA}$

$\Leftrightarrow$ CD = $\frac{\frac{4}{3}\times(CD+\frac{4}{5})}{\frac{7}{3}}$ $\Leftrightarrow$ CD = $\frac{4}{3}\times(CD+\frac{4}{5})\times\frac{3}{7}$

$\Leftrightarrow$ CD = $\frac{4}{7}\times(CD+\frac{4}{5})$ $\Leftrightarrow$ CD = $\frac{4}{7}\times CD+\frac{4}{7}\times\frac{4}{5}$

On regroupe l'inconnue CD dans le premier membre.

On obtient : $CD-\frac{4}{7}\times CD=\frac{4}{7}\times\frac{4}{5}$

$\Leftrightarrow \frac{3}{7}\times CD=\frac{4}{7}\times\frac{4}{5}$ $\Leftrightarrow$ $CD=\frac{4}{7}\times\frac{4}{5}\times\frac{7}{3}$

$\Leftrightarrow$ $CD=\frac{16}{15}$

Soit $\boxed{CD=\frac{16}{15}\text{ cm}}$

<u>Autre méthode :</u> Le triangle CDE est une réduction du triangle ABC

On a par ailleurs EA = CA – CE = 1 cm.

Donc $\frac{AE}{AC}=\frac{BD}{BC}$. Par produit en croix on obtient : BC = $\frac{BD\times AC}{AE}$

<u>AN :</u> BC = $\frac{28}{15}$ ensuite ; CD = CB – BD = $\frac{28}{15}-\frac{12}{15}$ soit CD = $\frac{16}{15}$ cm

Exercice 3

Déterminons la position de Fsur [CD] telle que BM=FD

Dans le triangle ACF, on sait que : - les points A,B,C et A,M,F sont alignés dans cet ordre ;
- (BM)//(CF)

De plus, dans le carré BCDE,
- BE= CD = 6 cm
- les points B,M,E et C,F,D sont alignés dans cet ordre : ainsi FD = CD – CF = 6 – CF (*)
- BM = FD (**)

Or, d'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{AB}{AC}=\frac{BM}{CF}$ soit : $\frac{AB}{AC}=\frac{FD}{CF}$ (**)

Donc, par produit en croix on a : $CF=\frac{FD\times AC}{AB}$

En remplaçant FD par l'expression (*) FD = 6 – CF on obtient :

$CF=\frac{(6-CF)\times 9}{3}$ soit $CF=(6-CF)\times 3$

$CF=18-3CF$

On regroupe l'inconnue CF dans le premier membre :

4CF = 18 donc CF = $\frac{18}{4}=\frac{9}{2}=4,5cm$ on en déduit que FD = 1,5 cm = BM.

En raisonnant avec les proportions :

D'après les quotients de Thalès $\frac{AB}{AC}=\frac{1}{3}$ donc CF = 3 x BM

Or FD = BM

Donc le côté CD peut se partager en 4 fois BM.

CD = 6 cm donc BM = 6 : 4 = 1,5 cm. Il en résulte que CF = 4,5 cm