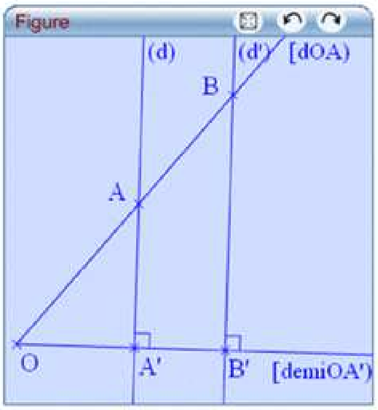
1. Conjecture avec TracenPoche



a. Trace une demi-droite [OA') puis construis la perpendiculaire à [OA') passant par A'. Place un point A sur cette perpendiculaire. Trace la demi-droite [OA). Choisis un point B sur [OA) puis nomme B' l'intersection de [OA') et de la perpendiculaire à [OA') passant par B.

b. Que dire des triangles OAA' et OBB' ? Que dire des angles $\widehat{AOA'}$ et $\widehat{BOB'}$? Justifie. Affiche la mesure de cet angle dans TracenPoche.

OAA' et OBB' sont deux triangles rectangles avec un sommet commun O et chacun d'eux a deux côtés portés par les mêmes demi-droites : [OA) et [OA').
Les points O, A et B sont alignés ainsi que O, A' et B' donc $\widehat{AOA'}$ et $\widehat{BOB'}$ sont un seul et même angle.

c. À l'aide de la fenêtre *Analyse*, affiche les valeurs des rapports $\frac{OA'}{OA}$ et $\frac{OB'}{OB}$.

d. Déplace le point A. Que remarques-tu ? Déplace le point B. Que remarques-tu ?

Les rapports $\frac{OA'}{OA}$ et $\frac{OB'}{OB}$ semblent égaux quel que soit le point déplacé.

Ils varient lorsqu'on déplace le point A et ne varient pas lorsqu'on déplace le point B.

a. A l'aide des informations portées sur la figure, démontre que (AA') // (BB').
Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles. (AA') ⊥ (A'B') et (BB') ⊥ (A'B') donc (AA') // (BB').

b. Démontre alors que $\frac{OA'}{OB'} = \frac{OA}{OB}$ et complète l'égalité OA' × OB = …

Dans le triangle OBB' : A ∈ [OB], A' ∈ [OB'] et (AA') // (BB').
D'après la propriété de proportionnalité des longueurs dans un triangle :
$\frac{OA}{OB} = \frac{OA'}{OB'} = \frac{AA'}{BB'}$
Comme $\frac{OA}{OB} = \frac{OA'}{OB'}$, d'après l'égalité des produits en croix, on obtient :
$OA' \times OB = OB' \times OA$.

c. Démontre que $\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB}$. Qu'en conclus-tu ?

Comme $OA' \times OB = OB' \times OA$, d'après l'égalité des produits en croix, on déduit :
$\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB}$.
Ces rapports sont égaux quelle que soit la position de (d) et (d').
Ils ne dépendent que des demi-droites et de l'angle qu'elles forment.

d. Ce rapport est appelé le cosinus de l'angle $\widehat{AOA'}$. Dans le triangle rectangle OAA', exprime le cosinus de l'angle $\widehat{AOA'}$ en fonction de son hypoténuse et du côté adjacent à cet angle.

Dans le triangle OAA', $\cos \widehat{AOA'} = \frac{OA'}{OA}$ c'est à dire :

$\cos \widehat{AOA'} = \frac{\text{longueur du côté adjacent à } \widehat{AOA'}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$.