CLASSE : **2nde** **CORRIGÉ DU CONTROLE** :

Statistiques descriptives et pourcentages.

Durée approximative : 2H

La calculatrice est autorisée.

EXERCICE 1 : / **4 points**

Les huit classes de Seconde d'un lycée ont fait un devoir commun de mathématiques. Les professeurs ont regroupé leurs résultats pour faire un bilan statistique. Voici le tableau obtenu :

Note	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Effectif	8	8	13	14	15	22	25	20	10	16	16	12	15	17	12	6	9	6	3	1

a) Calculer les paramètres statistiques suivants :
Moyenne, médiane, étendue, premier quartile Q1, troisième quartile Q3.

Moyenne

Calcul de la moyenne notée $\bar{x}$.

En général les valeurs de la série statistique sont notées x_i et les effectifs correspondants sont notés n_i.

N est l'effectif total, c'est à dire la somme des n_i.

Avec ces notations : $\bar{x}=\frac{\sum n_i x_i}{N}=\frac{\sum n_i x_i}{\sum n_i}$

On commence donc par calculer l'effectif total : $N=\sum n_i=248$.

On effectue ensuite le calcul de la moyenne :

$$\bar{x}=\frac{8\times1+8\times2+13\times3+14\times4+15\times5+22\times6+25\times7+20\times8+10\times9+16\times10+16\times11+12\times12+15\times13+17\times14+12\times15+6\times16+9\times17+6\times18+3\times19+1\times20}{248}$$

On obtient ici : $\bar{x}=\frac{2278}{248}\approx 9{,}2$

Quartiles :

Pour le calcul des quartiles les valeurs doivent être rangées dans l'ordre croissant , ce qui est le cas dans le tableau d'effectifs donné par l'énoncé.

Complétons le tableau en calculant les effectifs cumulés croissants et les fréquences cumulées croissantes :

Note	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	Total
Effectif	8	8	13	14	15	22	25	20	10	16	16	12	15	17	12	6	9	6	3	1	248
Effectif cumulé croissant	8	16	29	43	58	80	105	125	135	151	167	179	194	211	223	229	238	244	247	248	
Fréquence cumulée croissante	0,032	0,065	0,117	0,173	0,234	0,323	0,423	0,504	0,544	0,609	0,673	0,722	0,782	0,851	0,899	0,923	0,960	0,984	0,996	1	

Premier quartile : Q1 est la plus petite note telle qu'au moins 25 % des notes de la série sont inférieures ou égales à cette note.

Pour déterminer Q1, on peut utiliser la ligne des effectifs cumulés ou celle des fréquences cumulées.

Si on utilise les effectifs cumulés, on divise l'effectif total 248 par 4 : $\frac{248}{4}=62$, donc Q1 est la 62 ième note de la série rangée dans l'ordre croissant et la ligne des effectifs cumulés nous indique que la 62 ième note est un 6, car 58 notes sont inférieures ou égales à 5 et 80 notes sont inférieures ou égales à 6 donc Q1=6.

Si on utilise les fréquences cumulées, on lit environ 23,4 % des notes sont inférieures ou égales à 5 et 32,3% des notes sont inférieures ou égales à 6 donc 6 est bien la plus petite note telle qu'au moins 25 % des notes de la série sont inférieures ou égales à cette note.

Médiane (ou deuxième quartile): Med est la note « centrale » , elle partage la série des notes en deux séries de même effectif .

On divise l'effectif total par 2 : $\frac{248}{2}=124$.

La médiane se trouve entre la 124 ième note et la 125 ième note.
La ligne des effectifs cumulées nous indique que 105 notes sont inférieures ou égales à 7 et 125 notes sont inférieures ou égales à 8 donc la 124 ième note et la 125 ième note sont toutes deux égales à 8 donc
Med = 8
On peut aussi utiliser la ligne des fréquences cumulées : 42,3 % des notes sont inférieures ou égales à 7 et 50,4% des notes sont inférieures ou égales à 8 donc 8 est la plus petite note telle qu'au moins 50 % des notes de la série sont inférieures ou égales à cette note.
Troisième quartile : Q3 est la plus petite note telle qu'au moins 75 % des notes de la série sont inférieures ou égales à cette note.

Si on utilise les effectifs cumulés, on calcule les $\frac{3}{4}$ de l'effectif total 248 par 4 : $\frac{3}{4}\times 248=186$, donc Q1 est la 186 ième note de la série rangée dans l'ordre croissant et la ligne des effectifs cumulés nous indique que la 186 ième note est un 13, car 179 notes sont inférieures ou égales à 12 et 194 notes sont inférieures ou égales à 13 donc Q3=13.
Si on utilise les fréquences cumulées, on lit environ 72,2 % des notes sont inférieures ou égales à 12 et 78,2 % des notes sont inférieures ou égales à 13 donc 13 est bien la plus petite note telle qu'au moins 75 % des notes de la série sont inférieures ou égales à cette note.

Étendue :
L'étendue est la différence entre la plus grande valeur et la plus petite valeur de la série.
Ici l'étendue est égale à **20 – 1 = 19**

b) Pour chacun de ces paramètres, faire une phrase qui permette d'en comprendre la signification.
Signification de ces paramètres :
Moyenne : $\bar{x}$ environ 9,2
L'ensemble des 248 élèves a obtenu un total de points de 2278. Si tous ces points étaient répartis également de sorte que tous les élèves aient la même note, ils auraient environ 9,2 sur 20.
Premier quartile Q1 = 6
Au moins 25 % des élèves ont eu une note inférieure ou égale à 6 et au plus 75 % des élèves ont eu une note strictement supérieure à 6
Médiane : Med = 8
Au moins 50 % des élèves ont eu une note inférieure ou égale à 8 et au plus 50 % des élèves ont eu une note strictement supérieure à 8
Troisième quartile Q3 = 13
Au moins 75 % des élèves ont eu une note inférieure ou égale à 13 et au plus 25 % des élèves ont eu une note strictement supérieure à 13
Étendue : 19
L'écart entre la note la plus élevée et la note la plus basse est de 19 points.

c) Calculer le pourcentage d'élèves dont la note appartient à l'intervalle [6 ; 13]

Remarque : cet intervalle est l'intervalle interquartile , on sait déjà qu'au moins 50 % des élèves ont une note appartenant à cet intervalle, mais plus précisément, en utilisant le tableau précédent , en particulier la ligne des effectifs cumulés : 194 – 58 = 136 : 136 élèves ont une note comprise entre 6 et 13 .

$$\frac{136}{248}\times 100\approx 54,8$$

Le pourcentage d'élèves dont la note appartient à l'intervalle [6 ; 13] est donc environ 55 %

d) Calculer le pourcentage d'élèves ayant eu au moins 12 .
Toujours en utilisant les effectifs cumulés : 248 – 167 = 81 , il y a donc 81 élèves ayant eu au moins 12

$$\frac{81}{248}\times 100\approx 32{,}6$$

Le pourcentage d'élèves ayant eu au moins 12 est donc environ 32,6 %

e) Combien d'élèves ont eu au plus 6 ?

Lecture directe dans le tableau : 80 élèves ont eu au plus 6

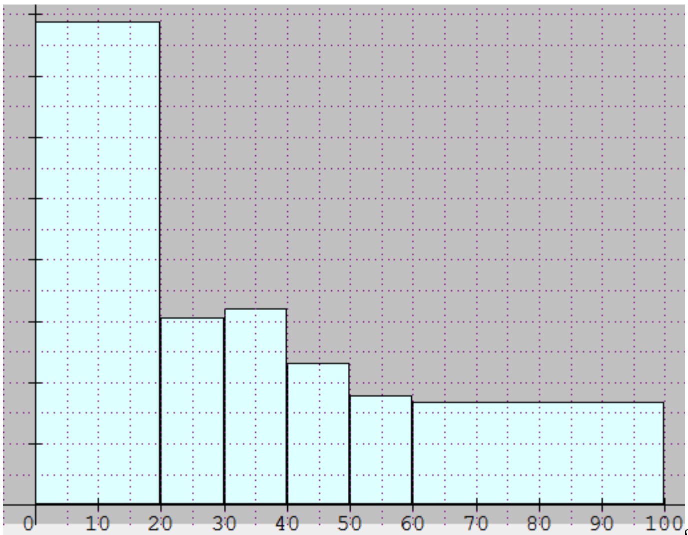
EXERCICE 2 : **/ 2 points**

Voici la répartition des habitants d'une commune suivant leur âge.

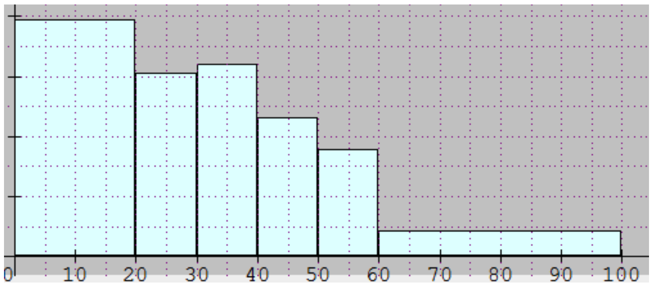
Tranches d'âges	[0 ; 20[	[20 ; 30[	[30 ; 40[	[40 ; 50[	[50 ; 60[	[60 ;100[
Nombre d'habitants	315	122	128	92	71	67

On a demandé à deux élèves de faire un histogramme à partir des données ci-dessus . Voici ce qu'ils ont fait .(Les deux élèves ont oublié de préciser la légende)

Élève 1

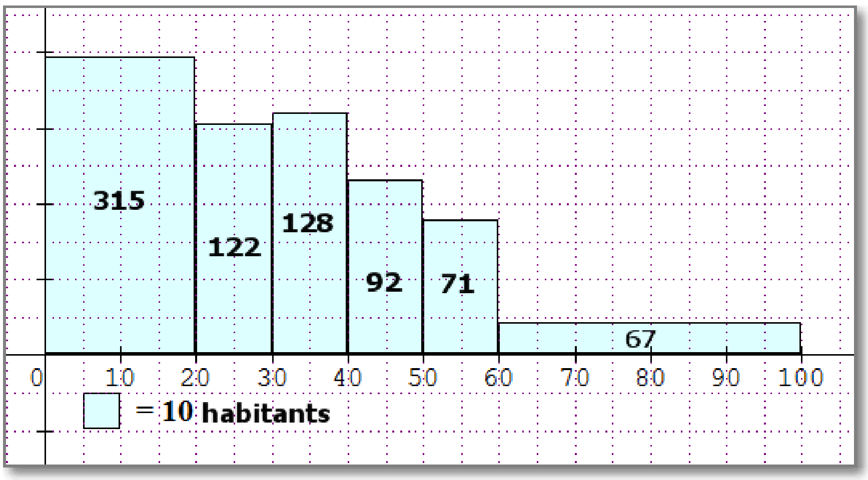


Élève 2



L'un des deux a fait des erreurs . Lequel et pourquoi ? Mettez une légende sur le bon graphique , qui permette de comprendre.

L'élève 1 a fait une erreur car il n'a pas tenu compte de l'amplitude inégale des classes.
Il a construit des rectangles dont les hauteurs sont proportionnelles aux effectifs, sans tenir compte des aires qui devraient être proportionnelles aux effectifs et qui ne le sont pas sur le premier graphique.
L'élève 2 a fait un graphique correct mais a oublié d'indiquer sa légende : un petit carreau correspond à 10 habitants.



EXERCICE 3 : **/4,5 points**

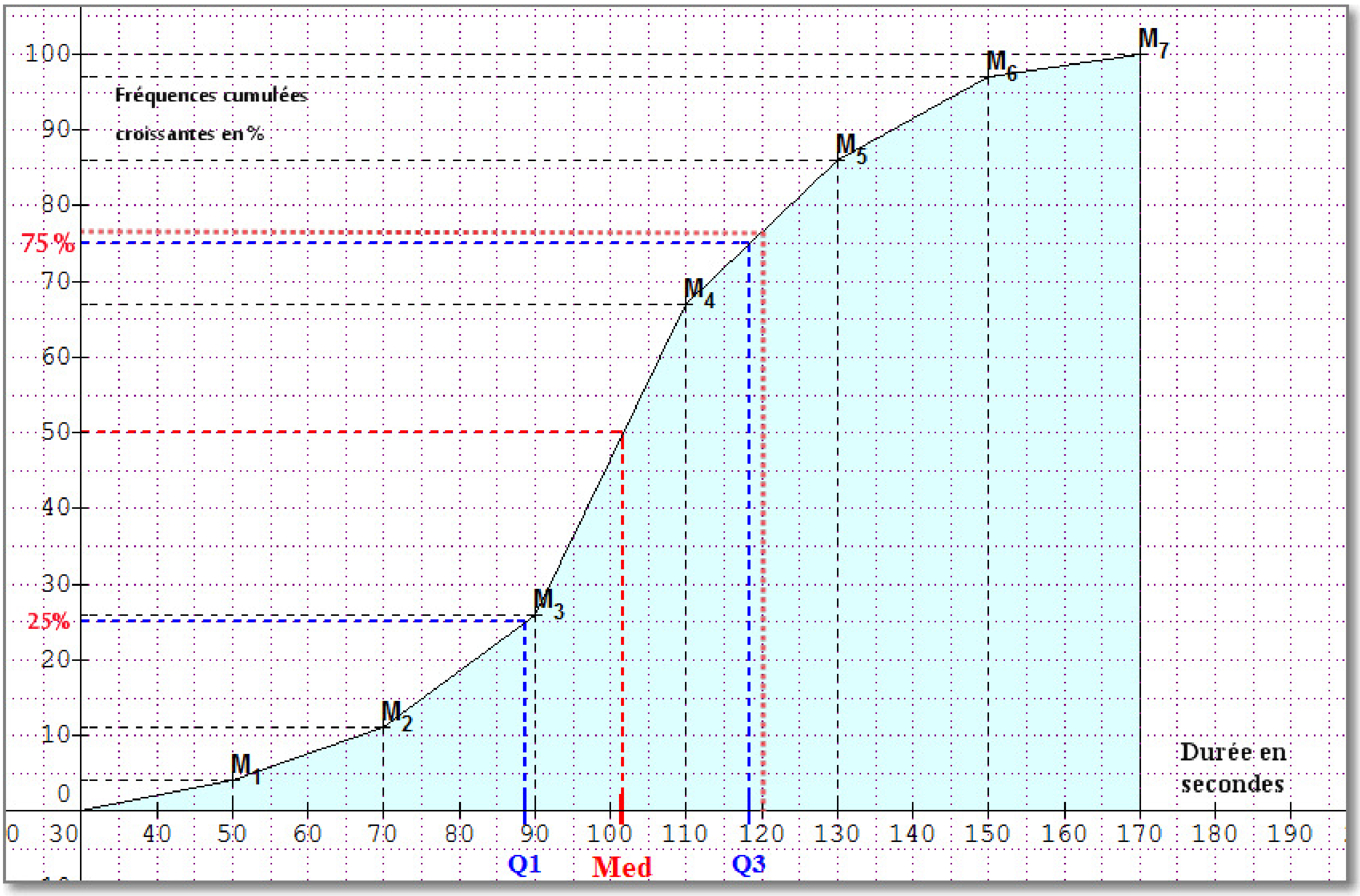
En 2009, on a réalisé une étude statistique sur la durée des communications d'un standard téléphonique.

Les durées (en secondes) des communications du standard sont regroupées en classes de même amplitude.
1. Compléter le tableau des fréquences cumulées croissantes ci-dessous :

Durée (en s)	[30 ; 50[	[50 ; 70[	[70 ; 90[	[90 ; 110[	[110 ; 130[	[130 ; 150[	[150 ; 170]	Total
Fréquences en %	**4**	**7**	**15**	**41**	**19**	**11**	**3**	**100**
Fréquences cumulées croissantes	**4**	**11**	**26**	**67**	**86**	**97**	**100**	

2. Quel est le pourcentage des communications durant moins d'une minute et demie ?
Une minute et demie correspond à 90 secondes. D'après le tableau ci-dessus, 26 % des communications durent moins d'une minute et demie.

3. Compléter, ci-dessous, la courbe des fréquences cumulées croissantes de cette série.
Cette courbe est composée de segments de droite d'extrémités les points $M_0, M_1, M_2, \ldots M_7$ dont les coordonnées sont obtenues à partir du tableau ci-dessus :
0 % des communications durent moins de 30 secondes : on place $M_0(30;0)$ (c'est l'origine de la courbe)
4 % des communications durent moins de 50 secondes : on place $M_1(50;4)$
11 % des communications durent moins de 70 secondes : on place $M_2(70;11)$
etc...

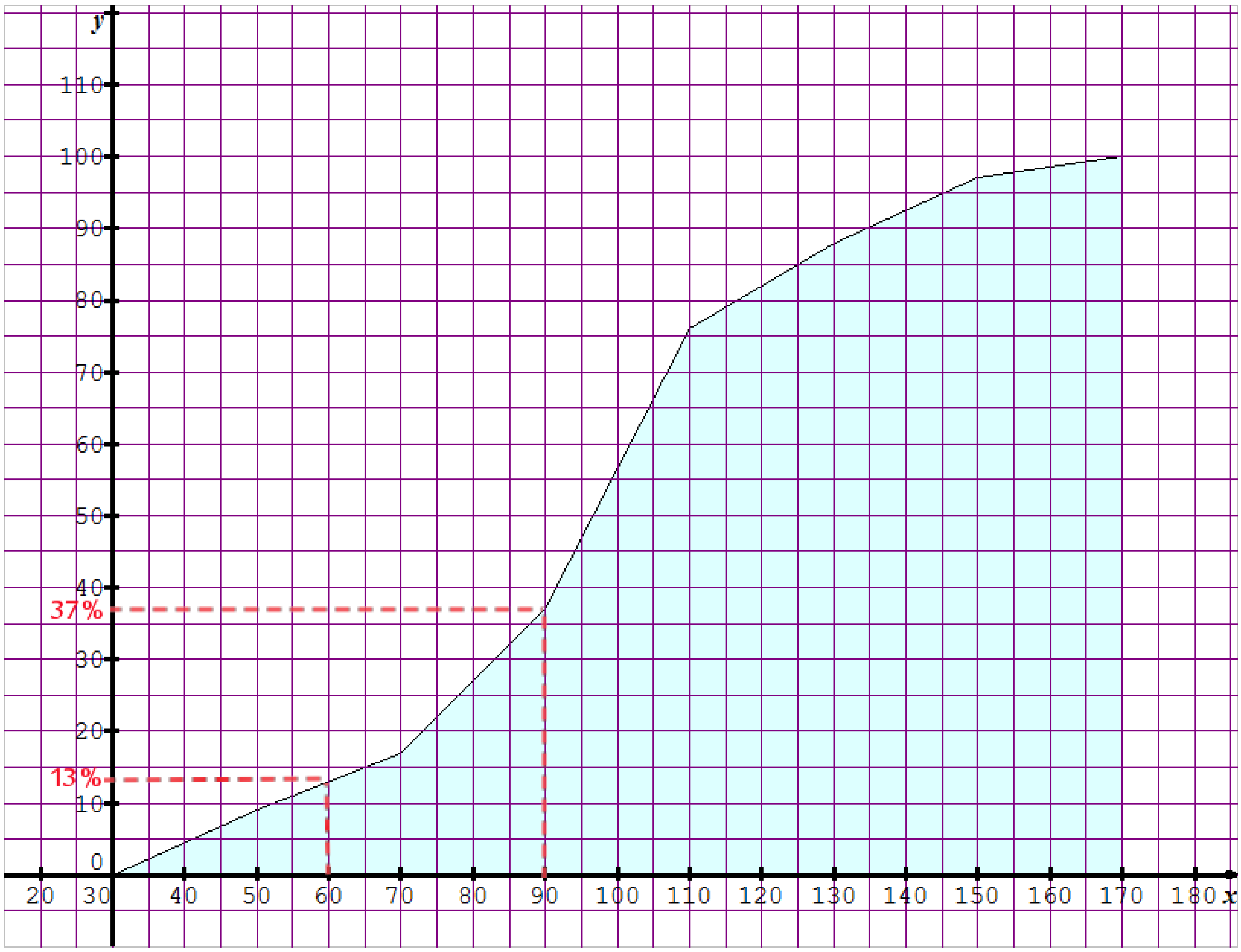


4. Déterminer graphiquement la médiane, Q1 et Q3 (laisser les traits de construction et arrondir à l'unité près)
D'après le graphique ci-dessus, Q1 vaut environ 89 secondes, la médiane vaut environ 102 secondes et le troisième quartile vaut environ 118 secondes.

5 .Quel est le pourcentage des communications durant moins de deux minutes ?(on donnera une valeur approchée)
D'après la courbe des fréquences cumulées croissantes, environ 76% des communications durent moins de 120 secondes c'est à dire moins de deux minutes.

Ce devoir n'est qu'un exemple. En aucun cas il ne constitue un modèle.

6. La même étude a été faite en 2010 , et voici la courbe obtenue :



Le pourcentage de personnes téléphonant entre 60 s et 90s est-il plus important en 2010 qu'en 2009 ?

En 2010

37 % des personnes téléphonent moins de 90 secondes
13 % des personnes téléphonent moins de 60 secondes
37 – 13 = 24 : environ 24 % de personnes téléphonent entre 60 et 90 secondes

En 2009 :
26 % des personnes téléphonent moins de 90 secondes
7 % des personnes téléphonent moins de 60 secondes
26 –7 = 19 : environ 19 % de personnes téléphonent entre 60 et 90 secondes.
Oui, le pourcentage de personnes téléphonant entre 60 s et 90s est plus important en 2010 qu'en 2009.

EXERCICE 4 : /2,5 points
Un industriel a commandé un lot de 100 pièces dont le diamètre doit mesurer 55 mm.
Il est convenu qu'à la réception du lot, il fera une vérification et n'acceptera la livraison que si les deux conditions suivantes sont réalisées simultanément :
Condition n° 1 :
L'écart entre le diamètre voulu (55 mm) et la moyenne $\overline{x}$ des mesures faites sur le lot est inférieur à 0,04 mm.
Condition n° 2 :
Au moins 60 % des pièces du lot ont un diamètre *d* appartenant à l'intervalle] 55 – 0,06 ; 55 + 0,06[

Les mesures faites sur le lot ont donné la série statistique suivante :

mesure en mm des diamètres *d*	54,75	54,80	54,85	54,90	54,95	55	55,05	55,10	55,15	55,20	55,25
effectifs	4	5	7	11	12	36	19	3	2	1	0

Le lot est-il accepté ou refusé ? Justifier la réponse.

Calculons la moyenne de cette série : $\bar{x}=\frac{\sum n_i x_i}{N}$

$$\bar{x}=\frac{4\times 54{,}75+5\times 54{,}80+7\times 54{,}85+11\times 54{,}90+12\times 54{,}95+36\times 55+19\times 55{,}05+3\times 55{,}10+2\times 55{,}15+1\times 55{,}20+0\times 55{,}25}{100}$$

La moyenne des diamètres dans ce lot est 54,97
55 – 54,97 = 0,03
L'écart entre le diamètre voulu (55 mm) et la moyenne $\bar{x}$ des mesures faites sur le lot est 0,03 mm qui est inférieur à 0,04 mm donc la première condition est satisfaite.

Calculons le pourcentage de pièces dont le diamètre *d* appartient à l'intervalle] 55 – 0,06 ; 55 + 0,06[
c'est à dire à l'intervalle] 54,94 ; 55,06[
Nous lisons dans le tableau des effectifs 12 + 36 + 19 = 67
67 % des pièces ont un diamètre strictement compris entre 54,94 mm et 55,06 mm. La deuxième condition est satisfaite.
Le lot satisfait aux deux conditions : il est accepté.

EXERCICE 5 : / 4 points

Voici ci-dessous une copie d'écran d'un relevé de notes avec calcul de moyennes.
Le premier devoir est un devoir « Bonus » : la note n'est prise en compte que si elle est supérieure à la moyenne des quatre autres notes, son coefficient est alors 1.

a) Pour chaque élève, calculer la moyenne des quatre devoirs « normaux » en tenant compte des coefficients et compléter la colonne G

	07/09/2010 Bonus	19/09/10	02/10/10	04/10/10	09/10/10	Moyenne sans Bonus	Moyenne
Coefficients	1	0,5	5	0,25	1		
Élève 1	12	16	13	20	12	13,3	13,3
Élève 2	10	15	7	16	13	8,8	9,0
Élève 3	10	14	7	10	13	8,5	8,7
Élève 4	9	10	2	0	8	3,4	4,1
Élève 5	12	19	11	20	13	12,2	12,2

Détail du calcul de la moyenne sans Bonus pour l'élève 1 : $\frac{16\times0{,}5+13\times5+20\times0{,}25+12\times1}{0{,}5+5+0{,}25+1}\approx13{,}3$

On fait de même pour les autres élèves .

b) Expliquer le calcul permettant d'obtenir la moyenne finale (qui tient compte du bonus) affichée dans la colonne H.

Si la note bonus est inférieure ou égale à la moyenne sans bonus que l'on vient de calculer, alors rien ne change , la moyenne finale est la moyenne sans bonus, c'est le cas pour les élèves 1 et 5.
Si la note bonus est supérieure à la moyenne sans bonus on effectue une nouvelle moyenne qui incorpore cette note .
Détail du calcul de la moyenne finale pour l'élève 2 :

$$\frac{10\times1+8{,}8\times6{,}75}{6{,}75+1}\approx9$$

c) Le professeur a fait une faute de frappe en entrant la note de l'élève 3 pour le devoir du 02/10/10 (cellule D5). Sachant que sa moyenne finale est en réalité égale à 10, corriger cette note.

	07/09/2010 Bonus	19/09/10	02/10/10	04/10/10	09/10/10	Moyenne sans Bonus	Moyenne
Coefficients	1	0,5	5	0,25	1		
Élève 1	12	16	13	20	12	13,3	13,3
Élève 2	10	15	7	16	13	8,8	9,0
Élève 3	10	14	9	10	13	10,0	10,0
Élève 4	9	10	2	0	8	3,4	4,1
Élève 5	12	19	11	20	13	12,2	12,2

Pour l'élève 3, la note Bonus, 10, est égale à la moyenne finale, donc on ne tient pas compte de cette note pour calculer la moyenne : on résout l'équation suivante : $\frac{14\times0{,}5+x\times5+10\times0{,}25+13\times1}{6{,}75}=10$

On obtient $5x+22{,}5=67{,}5$ d'où $x=\frac{45}{5}=9$

La note correcte est 9 au lieu de 7

EXERCICE 6 : **/3 points**

Un commerçant augmente les prix de tous ses articles de 8%. Un objet coûte x euros. Après avoir subi cette augmentation, il coûte y euros.

1) Exprimer y en fonction de x. Quel type de fonction reconnait-on ?

$y=x+\frac{8}{100}\times x=\left(1+\frac{8}{100}\right)x=1{,}08\,x$. On reconnaît l'expression d'une fonction linéaire.

2) Un lecteur de disques Blu - Ray coûte, avant augmentation, 329 euros. Combien coûtera-t-il après ?

$1{,}08\times 329=355{,}32$ Le lecteur de DVD coûtera, après augmentation, 355,32 euros

3) Un téléviseur coûte, après augmentation, 540 euros. Combien coûtait-il avant ?

Nommons x son prix avant augmentation $1{,}08x=540$ donc $x=\frac{540}{1{,}08}=500$.

Le téléviseur coûtait 500 euros avant augmentation.