

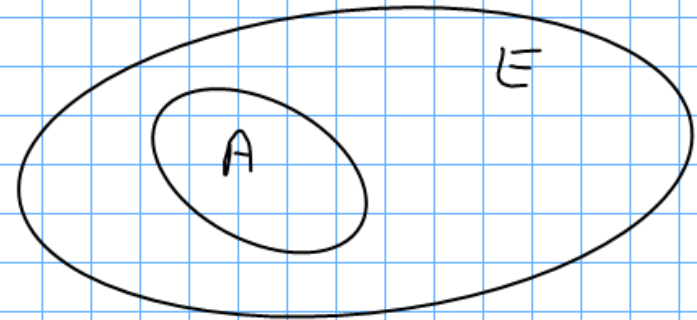
# Chapitre 1: Proportions

## I Proportions et pourcentages

### 1) Définitions

Soit  $A$  une partie d'un ensemble  $E$ .

On note  $n_A$  et  $n_E$  le nombre d'éléments respectifs de  $A$  et de  $E$



La proportion des éléments de  $A$  dans  $E$  (ou par rapport à  $E$ ) est le quotient 
$$p = \frac{n_A}{n_E}$$

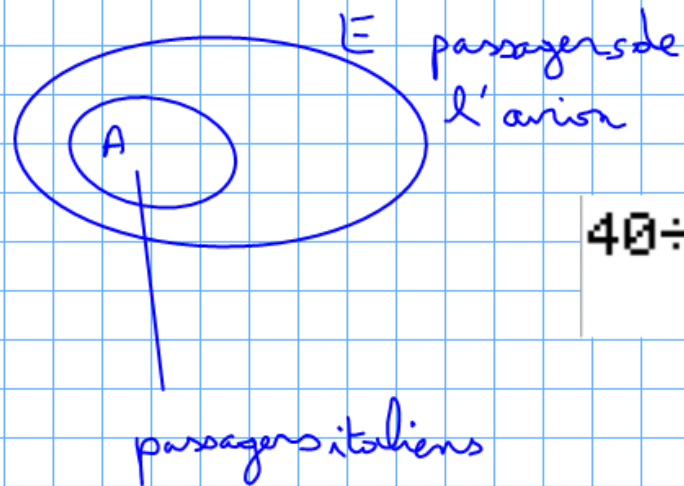
Vocabulaire :  $E$  est appelée population de référence

Exemple: 1 p35

**1** **C** Dans un groupe de 85 voyageurs débarquant d'un avion en provenance de Rome, 40 personnes sont de nationalité italienne. Calculer la proportion d'Italiens dans le groupe de voyageurs ; écrire la proportion sous forme d'une fraction, puis donner sa valeur décimale arrondie à  $10^{-3}$  près.

**CONSEIL**

Voir exercice résolu 1 page 29.



$$40 \div 85$$

$$0.4705882353$$

$$\approx 0,471 \text{ à } 10^{-3} \text{ près}$$

La population de référence E est le groupe de voyageurs.  $n_E = 85$   
 La sous-population A est le groupe de personnes italiennes.  $n_A = 40$

La proportion d'italiens dans le groupe de voyageurs est :  $p = \frac{n_A}{n_E} = \frac{40}{85}$

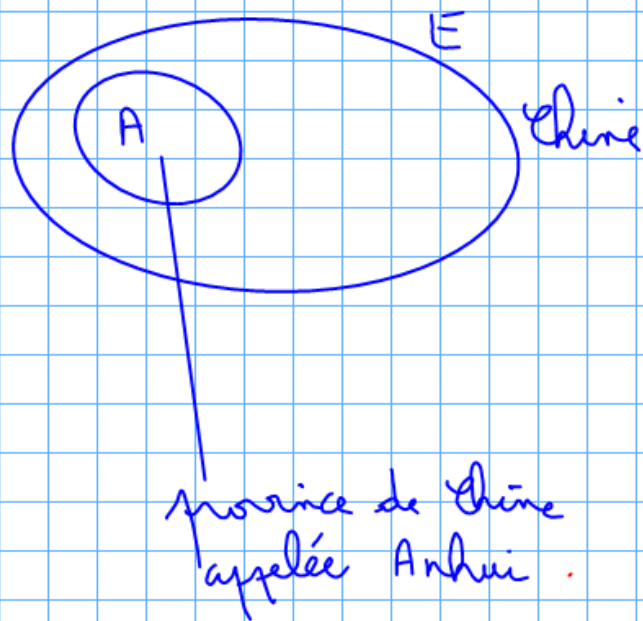
Remarque : proportion exprimée en pourcentage

$$p = \frac{47,1}{100} = 47,1\%$$

Application : n°3 p35 "pourcent" % signifie "divisé par 100"

**3** En 2010, la population de la Chine était évaluée à 1,3 milliard d'habitants, dont 65 millions habitaient la province de Anhui. Quelle proportion de la population chinoise représentait la population de la province de Anhui ?

Remarque : en 2010, la population de la France était à peu près égale à celle de la province de Anhui.



La population de référence  $E$  est la population de Chine  $n_E = 1,3$  milliards

La sous-population  $A$  est la population de la province d'Anhui  $n_A = 65$  millions

La proportion de la province d'Anhui dans la population chinoise est :

$$p = \frac{n_A}{n_E}$$

attention, il faut convertir  $n_A$  et  $n_E$  dans une même unité.

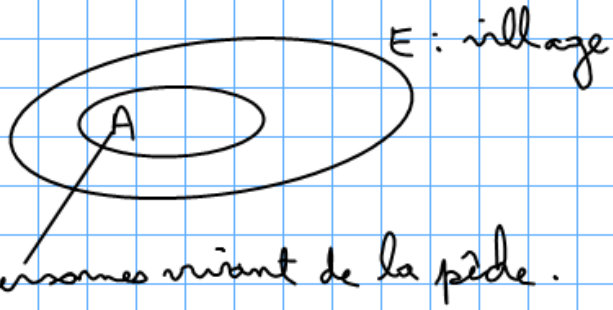
Sachant que ~~1 milliard = 1000 millions~~  
1,3 milliard  $\rightarrow \frac{1,3 \times 1000}{1}$

$$p = \frac{65}{1300} = \frac{\cancel{13} \times 5}{\cancel{13} \times 100} = 5\%$$

## 2) Calcul d'effectifs

Méthode: Pour calculer l'effectif d'une population à partir d'une proportion on utilise le produit en croix

Exemple 1: Dans un petit village portuaire, les cinq sixièmes des 720 habitants vivent de la pêche.  
Combien de personnes vivent de la pêche ?



La population de référence E est la population du village.  $n_E = 720$

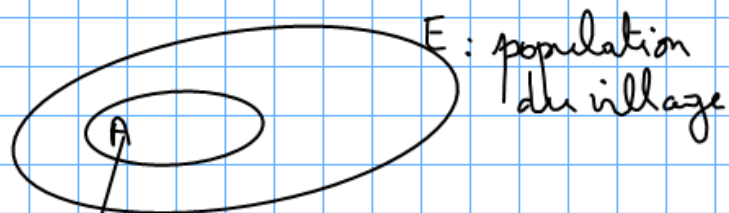
La sous-population A est la sous-population des personnes vivant de la pêche.  $n_A = ?$

La proportion d'habitants du village qui vivent de la pêche est  $p = \frac{5}{6}$

$$p = \frac{n_A}{n_E} \quad \text{donc} \quad \frac{5}{6} = \frac{n_A}{720}$$

Par produit en croix,  $n_A = \frac{5 \times 720}{6} = 600$

Exemple 2: Dans un village 697 personnes vivent de l'agriculture ce qui représente 82% de la population. Combien de personnes vivent dans ce village ?



sous-population des personnes du village vivant de l'agriculture.

La population de référence E est la population du village et  $n_E = ?$

La sous-population A est la sous-population des personnes vivant de l'agriculture et  $n_A = 697$

La proportion d'habitants du village vivant de l'agriculture est  $p = \frac{82\%}{100} = \frac{82}{100}$

$$p = \frac{n_A}{n_E} \quad \text{donc} \quad \frac{82}{100} = \frac{697}{n_E}$$

Par produit en croix on a:

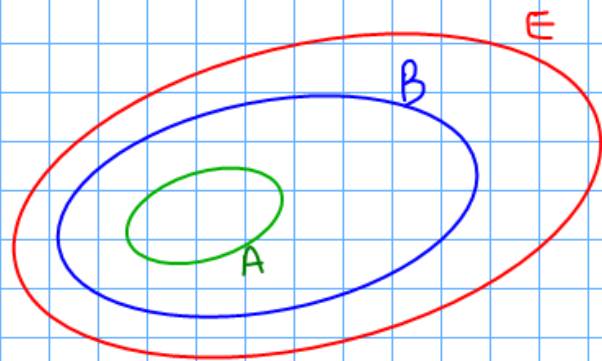
$$n_E = \frac{697 \times 100}{82} = 850$$

remarque:  $\frac{0,82}{1} = \frac{697}{n_E}$

$$n_E = \frac{697 \times 1}{0,82} = 850$$

### 3) Proportions échelonnées

A, B et E sont des populations telles que A est une sous-population de B  
 B est une sous-population de E



La proportion de A dans B est  $p = \frac{n_A}{n_B}$  (\*)

La proportion de B dans E est  $p' = \frac{n_B}{n_E}$  (\*\*)

Déterminons la proportion de A dans E en

fonction de p et p'.

$$\frac{n_A}{n_E} = ?$$

D'après (\*) on a

$$\frac{p}{1} = \frac{n_A}{n_B}$$

donc par produit en croix  $n_A = \frac{p \times n_B}{1} = p \times n_B$

D'après (\*\*) on a

$$\frac{p'}{1} = \frac{n_B}{n_E}$$

donc par produit en croix :

$$n_E = \frac{n_B \times 1}{p'} = \frac{n_B}{p'}$$

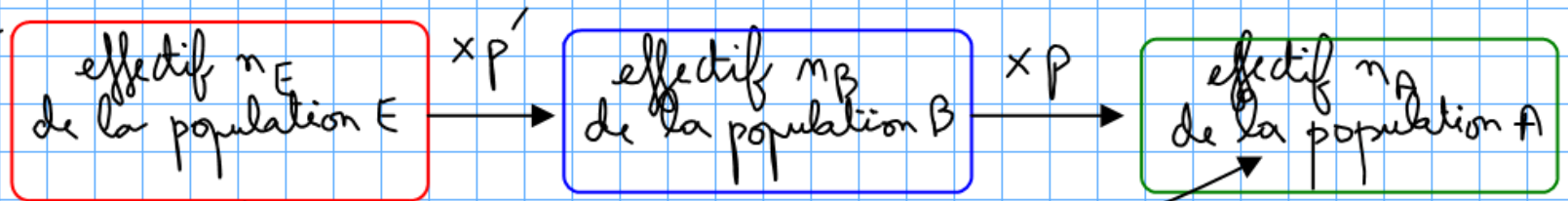
On en déduit que  $\frac{n_A}{n_E} = \frac{p \times n_B}{\left(\frac{n_B}{p'}\right)} = p \times \cancel{n_B} \times \frac{p'}{\cancel{n_B}} = p \times p'$

Remarque : Diviser c'est multiplier par l'inverse

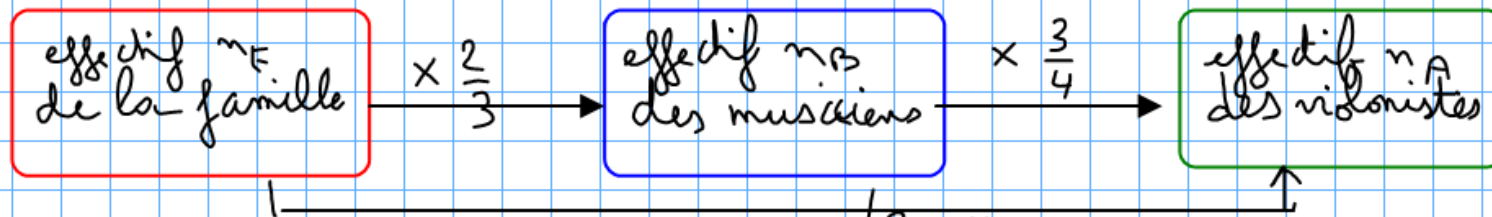
Propriété:

Si  $p$  est la proportion de A dans B et  $p'$  est celle de B dans E alors la proportion  $P$  de A dans E est :  $P = p \times p'$

Illustration:



Exemple: Dans une famille  $\frac{2}{3}$  des membres sont musiciens et parmi ces musiciens  $\frac{3}{4}$  jouent du violon. Quelle est la proportion des membres de la famille qui jouent du violon ?



La proportion des membres de la famille qui jouent du violon est  $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$

Remarque : en français, le problème peut se formuler de la façon suivante :

$\frac{3}{4}$  des  $\frac{2}{3}$  de la famille jouent du violon.

La traduction mathématique est

$\frac{3}{4}$  X  $\frac{2}{3}$  de la famille jouent du violon

soit  $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$  de la famille joue du violon.

A retenir :

... de quelque chose  
... X quelque chose

Exemple :  $\frac{2}{3}$  des 375 habitants d'un village sont propriétaires  
 $\frac{2}{3} \times 375 = 250$  : il y a 250 propriétaires dans le village.